UPLOADED BY Ahmad Jundi

ملخص مادة..

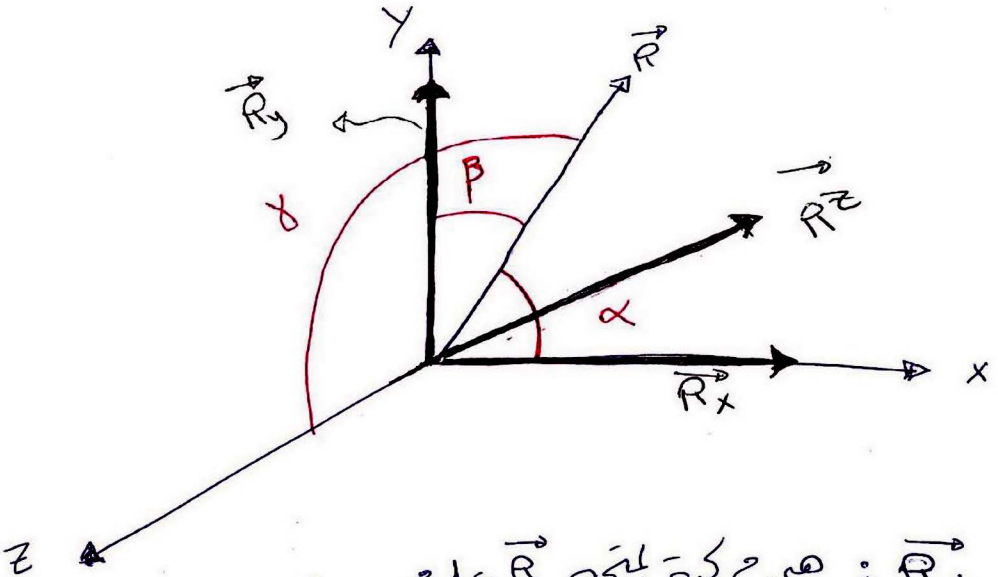
استاتيكا

0789434018
Mech.MuslimEngineer.Net
MechFet
FB.com/Groups/Mid.Group

تحليل المتجهات والقوى :

- α : الزاوية المحصورة بين محور X والمتجه
- β : الزاوية المحصورة بين محور Y والمتجه
- γ : الزاوية المحصورة بين محور Z والمتجه

* المحور X يأخذ الرمز $\hat{i}$
* المحور Y يأخذ الرمز $\hat{j}$
* المحور Z يأخذ الرمز $\hat{k}$



$\vec{R_x}$: هي مركبة المتجه $\vec{R}$ على محور X

$\vec{R_y}$: هي مركبة المتجه $\vec{R}$ على محور Y

$\vec{R_z}$: هي مركبة المتجه $\vec{R}$ على محور Z

$$\vec{R} = \vec{R_x} + \vec{R_y} + \vec{R_z}$$

$$\vec{R_x} = (\vec{R} * \cos\alpha)\,\hat{i}$$

$$\vec{R_y} = (\vec{R} * \cos\beta)\,\hat{j}$$

$$\vec{R_z} = (\vec{R} * \cos\gamma)\,\hat{k}$$

$$|R| = \sqrt{R_x^2 + R_y^2 + R_z^2}$$

* في حال طلب منا ايجاد اتجاه المحصلة عن المحاور الثلاث أو أحدها :

$$\alpha = \cos^{-1}\frac{R_x}{|R|}$$

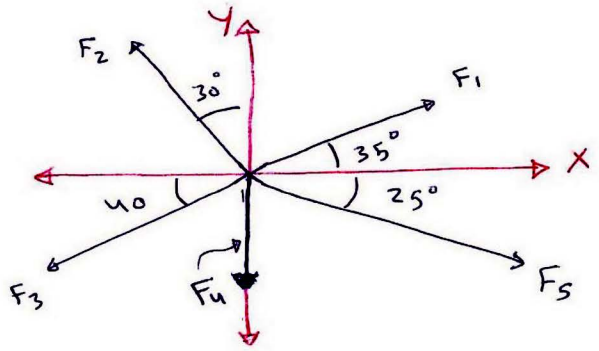
$$\beta = \cos^{-1}\frac{R_y}{|R|}$$

$$\gamma = \cos^{-1}\frac{R_z}{|R|}$$

⇒ قيمة الزاوية و مقدارها هو عبارة عن اتجاه المحصلة $\underline{R}$ عن المحور المطلوب ...

2D

ex ⇒ find $(\vec{R} / |R| / \alpha / \beta / \gamma) = ?$



$F_1 = 6\ kN$
$F_2 = 4\ kN$
$F_3 = 5\ kN$
$F_4 = 4\ kN$
$F_5 = 6\ kN$

$\vec{R}_x = ? \Rightarrow \vec{R}_x = F_1 \cos 35 + (-F_2 \sin 30) + (-F_3 \cos 40) + F_5 \cos 25$

$6 * \cos 35 - 4 * \sin 30 - 5 \cos 40 + 6 * \cos 25$

$\Rightarrow \boxed{\vec{R}_x = 4.522\,\hat{i}\ kN}$

$$\vec{R}_y = F_1 \sin 35 + F_2 \cos 30 - F_3 \sin 40 - F_4 - F_5 \sin 25$$

$$\Rightarrow 6 \sin 35 + 4 * \cos 30 - 5 \sin 40 - 4 - 6 \sin 25$$

$$\Rightarrow \vec{R}_y = -2.844 \hat{j} \text{ kN}$$

$\vec{R}_z =$ zero لأن الشكل يعطى ثنائي ابعاد (2D)

$$\vec{R} = \vec{R}_x + \vec{R}_y + \vec{R}_z$$

$$\Rightarrow \vec{R} = 4.522 \hat{i} - 2.844 \hat{j} \text{ kN}$$

$$|R| = \sqrt{(4.522)^2 + (-2.844)^2} = 5.342 \text{ kN}$$

$$\alpha = \cos^{-1} \frac{R_x}{R} = \cos^{-1} \frac{4.522}{5.342} = 32.168^\circ$$

$$\beta = \cos^{-1} \frac{R_y}{R} = \cos^{-1} \frac{-2.844}{5.342} = 122.168^\circ$$

لاحظ: $\beta - \alpha = 90^\circ$

ملاحظات هامة ⟵

× ملاحظات هامة :

① عند تحليل القوى على المحاور فإن كل قوة تكون اشارتها حسب المحور الذي تقع عليه أي أن :

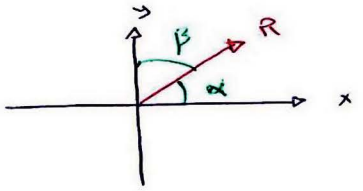
مثلاً F_2x أخذناها $(-F_2 \sin 30)$ لأنها على محور $(-x)$

② اذا كانت اشارة المركبات لمجموع القوى $(R_x / R_y / R_z)$ سالبة فإننا عندما نقوم بإيجاد $(\alpha / \beta / \gamma)$ نفوض الاشارة السالبة اجباري ... «مشي زي قدام»

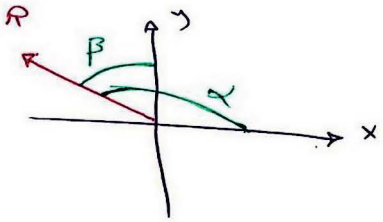
③ في السؤال السابق كانت المحصلة تقع في الربع الرابع كيف عرفنا؟!

⇐ يوجد 4 حالات لموقع المحصلة

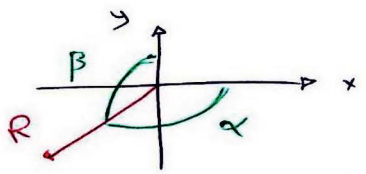
⇐ في الربع الاول : $\alpha + \beta = 90^\circ$



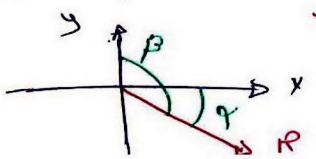
⇐ في الربع الثاني : $\alpha - \beta = 90^\circ$



⇐ في الربع الثالث : $\alpha + \beta = 270^\circ$



⇐ في الربع الرابع : $\beta - \alpha = 90^\circ$



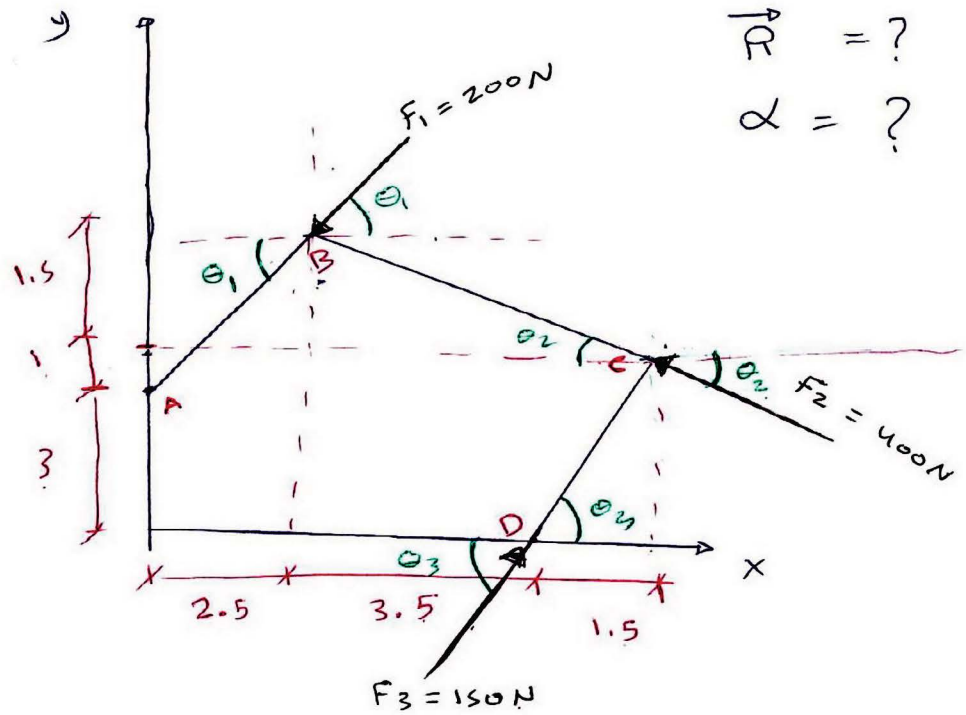
مثل هاي الحالة السؤال

ex

* find :

$\vec{R} = ?$ $\quad |R| = ?$

$\alpha = ?$ $\quad \beta = ?$



Sol :

أولا : لنقوم بتحليل القوى وايجاد المحصلة اجب في البداية أن نجد الزوايا « θ_1 / θ_2 / θ_3 » والتي سنقوم بالتحليل بالاعتماد عليها

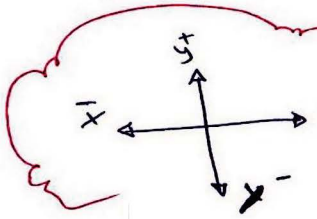
$$\theta_1 = \tan^{-1} \frac{2.5}{2.5} \Rightarrow \theta_1 = 45°$$

$$\theta_2 = \tan^{-1} \frac{1.5}{5} \Rightarrow \theta_2 = 16.7°$$

$$\theta_3 = \tan^{-1} \frac{4}{1.5} \Rightarrow \theta_3 = 69.4°$$

٨-٨

تذكر : خلال عملية التحليل تذكر الـ (+/-)



⇐ الآن نبدأ بتحليل القوى على محوري (X / Y) :

$$\vec{R}_x = -F_1 \cos\theta_1 - F_2 \cos\theta_2 + F_3 \cos\theta_3$$

$$-200 * \cos 45 - 400 * \cos 16.7 + 150 * \cos 69.4$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{R}_x = -471.77\ \hat{i}\ KN}$$

$$\vec{R}_y = -F_1 \sin\theta_1 + F_2 \sin\theta_2 + F_3 \sin\theta_3$$

$$-200 \sin 45 + 400 \sin 16.7 + 150 * \sin 69.4$$

$$\Rightarrow \boxed{R_y = 113.93\ \hat{j}\ KN}$$

$$\vec{R} = -471.77\ \hat{i} + 113.93\ \hat{j}\ KN.$$

$$|R| = \sqrt{(-471.77)^2 + 113.93^2} = 485.33\ KN.$$

$$\alpha = \cos^{-1}\frac{R_x}{R} = \frac{-471.77}{485.33} = 166.42°$$

$$\beta = \cos^{-1}\frac{R_y}{R} = \frac{113.93}{485.33} = 76.42$$

غاني ربع ؟؟!! ⇐ $166.42 - 76.42 = 90°$

$\Rightarrow \boxed{\alpha - \beta = 90}$ ⟹ الربع الثاني

* تحليل القوى في المستويات الثلاث (3D) :

* ملاحظة

عندما نتحدث عن المستويات الثلاث فإن ذلك يعني « تخيل واسع » للشكل فتخيل الشكل وتصوره عبارة عن نصف الحل ← ٨٠١

* قوانين هامة :

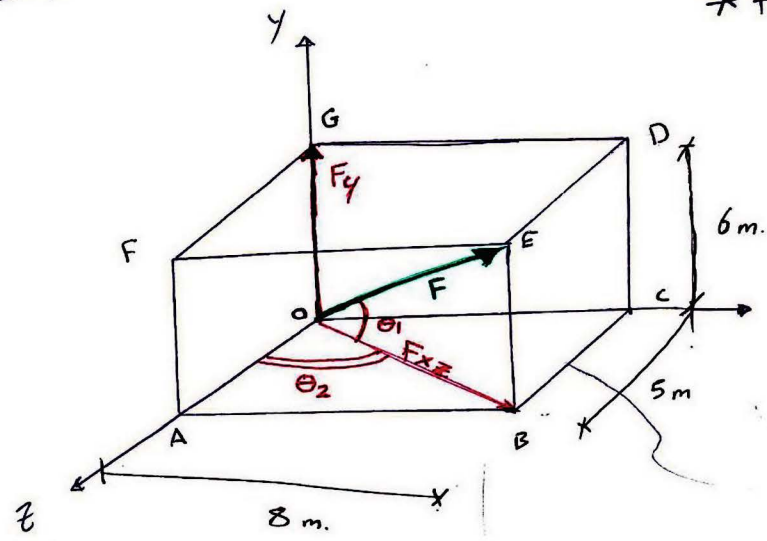
$$\vec{R} = \vec{R}_x + \vec{R}_y + \vec{R}_z \qquad |R| = \sqrt{R_x^2 + R_y^2 + R_z^2}$$

$$\alpha = \cos^{-1}\frac{R_x}{|R|} \qquad \beta = \cos^{-1}\frac{R_y}{|R|} \qquad \gamma = \cos^{-1}\frac{R_z}{|R|}$$

$$nf = \frac{\vec{F}}{F} = 1 \Rightarrow \text{متجه الوحدة}$$

$$nf = \cos\alpha^2\, i + \cos\beta^2\, j + \cos\gamma^2\, k = 1$$

ex



* find :

$\vec{F} = ?$

$\alpha = ?$

$\beta = ?$

$\gamma = ?$

take $|F| = 25$ KN

* طريقة الحل :

في هذا السؤال لدينا القوة «F» متجهة من النقطة O إلى النقطة E أي أن القوة واقعة في المستويات الثلاث ولها اتجاهات على «X / Y / Z».

لحل هذا السؤال نقوم بالتالي :

نقوم بتحليل القوة (F) إلى مركبتين الأولى على محور Y والثانية على المستوى (XZ). وذلك بالاعتماد على الزاوية (θ_1)

* (θ_1) مجهولة ← كيف نحصل عليها ؟؟!!

في الأجسام ثلاثية الأبعاد نحن نتعامل مع مستويات وبالتالي فإن هناك زوايا قائمة نحن لا نراها كذلك مثل :

← الزاوية «EBO» تهي قائمة في النقطة B
← الزاوية «BAO» تهي قائمة في النقطة A ← وهكذا

نجد الزاوية عن طريق الضلعين ($\overline{EB}$) والضلع ($\overline{OB}$)

لكن الضلع ($\overline{OB}$) مجهول !!! (:/) (:/)

نجد الضلع ($\overline{OB}$) عن طريق المثلث «BAO» عن طريق نظرية فيثاغورس باستخدام الزاوية القائمة A

* الآن لدينا الضلع ($\overline{OB}$) ولدينا الضلع ($\overline{EB}$) فنحصل على الزاوية θ_1 (؟؟).

ونقوم بالتحليل كما ذكرنا إلى مركبتين على محور Y ومستوى XZ

الآن أصبح لدينا R_y جاهزة $\Leftarrow$ "$R_y = F_y$"

الآن بالنسبة للمركبة (F_{xz}) نتعامل معها الآن على أنها سؤال 2D

ونحللها إلى مركبتين على محور $x \Leftarrow R_x$ وعلى محور $z \Leftarrow R_z$

بالاعتماد على الزاوية (θ_2) نجدها عن طريق $(\tan\theta_2 =$)

ومن ذلك نجد $(\gamma / \beta / \alpha / \vec{R}_z / \vec{R}_y / \vec{R}_x)$

---

* sol

$$\tan\theta_1 = \frac{EB}{OB} \Rightarrow OB = ?$$

$$\Rightarrow OB = \sqrt{AB^2 + OA^2} = \sqrt{8^2 + 5^2} = 9.434$$

$$\Rightarrow \theta_1 = \tan^{-1}\frac{EB}{OB} = \tan^{-1}\frac{6}{9.434} = 32.45^\circ$$

$$\Rightarrow F_y = R_y = F\sin\theta_1 \Rightarrow 25 * \sin 32.45 = 13.41\ \hat{j}\ kN$$

$$\Rightarrow F_{xz} = R_{xz} = F\cos\theta_1 \Rightarrow 25 * \cos 32.45 = 21.1\ kN$$

$$\Rightarrow \theta_2 = \tan^{-1}\frac{AB}{OA} = \tan^{-1}\frac{8}{5} = 58^\circ$$

$$\Rightarrow R_x = F_x = R_{xz} * \sin\theta_2 \Rightarrow 21.1 * \sin 58 = 17.89\ \hat{i}\ kN$$

$$R_z = F_z = R_{xz} * \cos\theta_2 \Rightarrow 21.1 * \cos 58 = 11.18\ \hat{k}\ kN$$

$$\vec{R} = \vec{R_x} + \vec{R_y} + \vec{R_z}$$

$$\Rightarrow \vec{R} = (17.89\,\hat{i} + 13.41\,\hat{j} + 11.18\,\hat{k})\ kN$$

كمان

$$|R| = \sqrt{R_x^2 + R_y^2 + R_z^2}$$

$$= \sqrt{17.89^2 + 13.41^2 + 11.18^2} = 25 = F$$

صح

$$\alpha = \cos^{-1}\frac{R_x}{|R|} \Rightarrow \cos^{-1}\frac{17.89}{25} = 44.3^\circ$$

$$\beta = \cos^{-1}\frac{R_y}{|R|} \Rightarrow \cos^{-1}\frac{13.41}{25} = 57.56$$

$$\gamma = \cos^{-1}\frac{R_z}{|R|} \Rightarrow \cos^{-1}\frac{11.18}{25} = 63.43^\circ$$

كمان

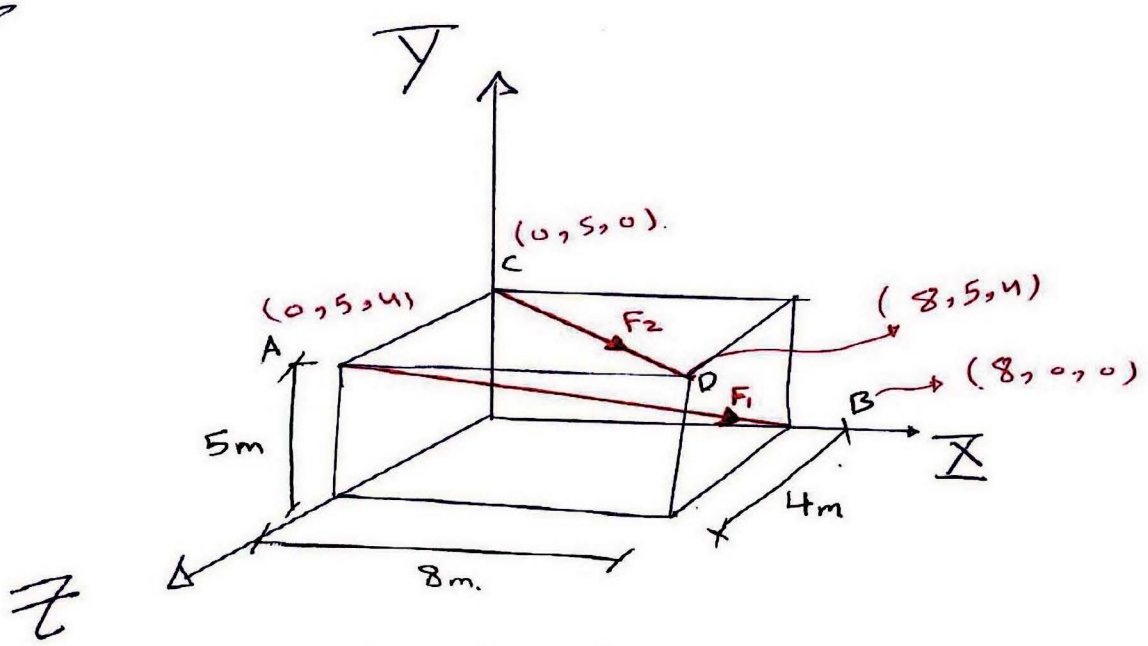
$$\cos\alpha^2 + \cos\beta^2 + \cos\gamma^2 = 1$$

$$\cos 44.3^2 + \cos 57.56^2 + \cos 63.43 \stackrel{?}{=} 1$$

$$1 = 1$$

صح

ex



$F_1 = 500N$ $F_2 = 150N$.

* أكتب المعادلة الاساسية بالجهة ؟ $\gamma = ? / \beta = ? / \alpha = ?$

* طريقة الحل :

لحل مثل هذه المسائل نقوم بالتالي :

① أول شيء نجد احداثيات النقاط ، ان لم تكن معطاه .

② نقوم بكتابة المعادلة الاساسية بالجهة لكل قوة أو ضبحه أو مجهول .

③ بعد كتابة المعادلة الاساسية بالجهه لكل قوة نقوم بجمع كل القوى الموجودة على محور (x) مع بعضها البعض لينتج لدينا R_x ثم نقوم بالمثل مع y وكذلك مع z ليصبح لدينا ((R_x / R_y / R_z))

④ نكتب ($\vec{R}$) ثم نجد ((α / β / γ))

* sol

$$\vec{R} = \vec{F_1} + \vec{F_2}$$

$$\vec{F_1} = F_1 * \frac{\vec{r_{ab}}}{|r_{ab}|}$$

تذكر: $\vec{r_{ab}} = (\text{احداثيات النقطة } a) - (\text{احداثيات النقطة } b)$ (الذيل) - (الرأس)

$$\Rightarrow \vec{F_1} = 500 * \frac{(8i - 5j - 4k)}{\sqrt{8^2 + (-5)^2 + (-4)^2}}$$

$$\vec{F_1} = 390,36\,i - 243.97\,j - 195.18\,k$$

$$\vec{F_2} = F_2 * \frac{\vec{r_{CD}}}{|r_{CD}|} \Rightarrow 150 * \frac{(8i + 0j + 4k)}{\sqrt{8^2 + 4^2}}$$

$$\Rightarrow F_2 = 134.16\,i + 0\,j + 67.08\,k$$

$$\vec{R} = \vec{R_x} + \vec{R_y} + \vec{R_z}$$

$$(F_{1x} + F_{2x})i + (F_{1y} + F_{2y})j + (F_{1z} + F_{2z})k$$

$$(390.36 + 134.16)i + (-243.97)j + (-195.18 + 67.08)k$$

$$\Rightarrow \vec{R} = 524.52\,i - 243.97\,j - 128.1\,k$$

المعادلة الاساسية المتجهة

$$|R| = \sqrt{R_x^2 + R_y^2 + R_z^2}$$

$$\alpha = \cos^{-1}\frac{\vec{R_x}}{R} = \square$$

$$\beta = \cos^{-1}\frac{\vec{R_y}}{R} = \square$$

$$\gamma = \cos^{-1}\frac{\vec{R_z}}{R} = \square$$

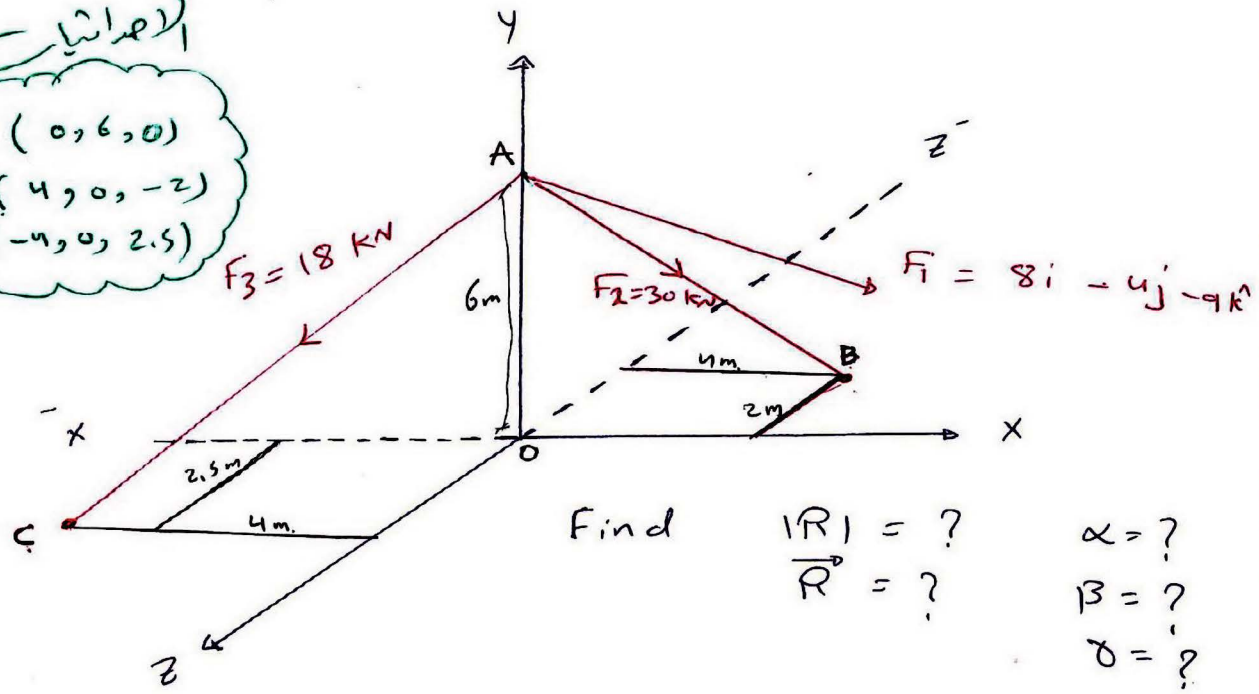
بعد ايجاد الزوايا كيف حل؟ $\cos\alpha^2 + \cos\beta^2 + \cos\gamma^2 = 1$?

الإحداثيات

A (0, 6, 0)

B (4, 0, -2)

C (-4, 0, 2.5)



Find $|R| = ?$ $\quad \vec{R} = ?$ $\quad \alpha = ? \quad \beta = ? \quad \gamma = ?$

Sol $\Rightarrow \quad \vec{R} = \vec{F_1} + \vec{F_2} + \vec{F_3}$

$\vec{F_1} = 8i - 4j - 9k$

$\vec{F_2} = 30 * \dfrac{(4i - 6j - 8k)}{\sqrt{4^2 + 6^2 + 8^2}} = -16i - 24j - 8k$

$\vec{F_3} = 18 * \dfrac{-4.i - 6j - 2.5k}{\sqrt{4^2 + 6^2 + 2.5^2}} = -9.4i - 14.15j + 5.9k$

$\vec{R} = \underbrace{(8 - 16 - 9.4)i}_{R_x} + \underbrace{(-4 - 24j - 14.15)j}_{R_y} + \underbrace{(-9 - 8 + 5.9)k}_{R_z}$

$|R| = \sqrt{R_x^2 + R_y^2 + R_z^2} = \square$

$\alpha = \cos^{-1}\dfrac{R_x}{R} = \square \qquad \beta = \square \qquad \gamma = \square$

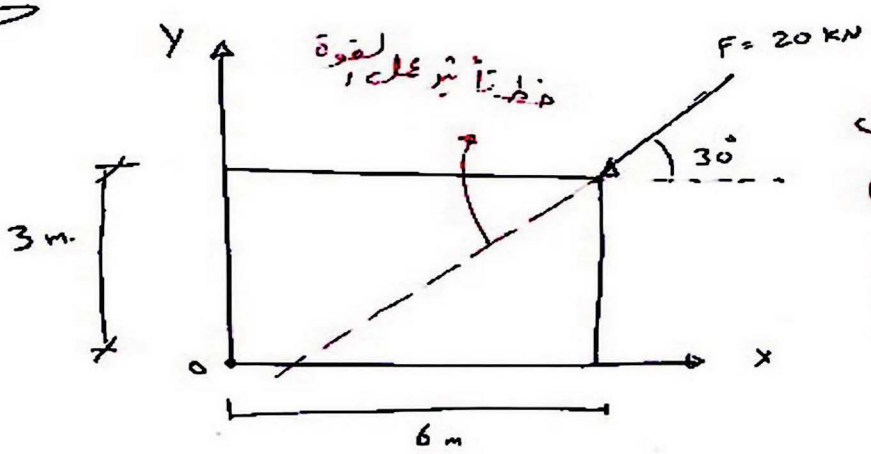
العزم ((M)) ⇐ « KN.m »

* العزم : في الإصطلاح هو الدوران .
* العزم رياضياً : هو مجموع حاصل ضرب القوة في المسافة العمودية بين القوة أو خط تأثيرها والنقطة المراد ايجاد العزم عندها
* في العزم سوف نقوم بفرض معين يساعدنا في ايجاد قيمة العزم عند نقطة معينة وهو كالتالي :

مع عقارب الساعة بالموجب ⊕ وعكس عقارب الساعة سالب ⊖

أي أننا في هذا الفرض نأخذ القوة التي تؤثر على الجسم باتجاه عقارب الساعة بالموجب والقوة التي تؤثر عكس عقارب الساعة بالسالب .

ex

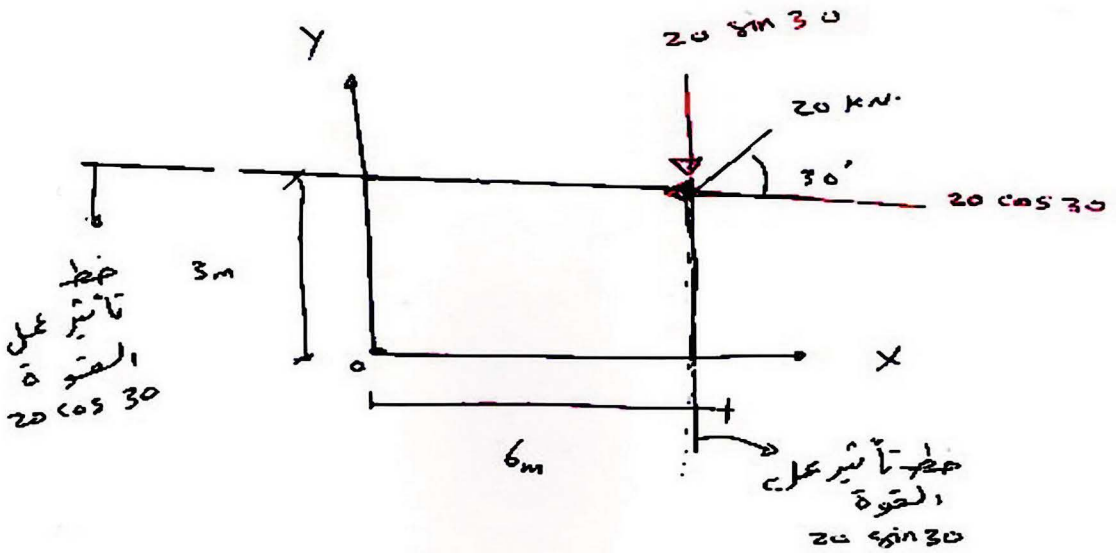


المطلوب ؟؟

أوجد قيمة العزم عند النقطة o من القوة 20_{KN}

لحل هذا السؤال نقوم بتحليل القوة إلى مركبتين ونتعامل مع كل مركبة على أنها قوة لوحدها ...

ثم بعد ذلك نأخذ المجموع لهما مع ضرورة الإنتباه لحركة اتجاه القوى وتثبيت الفرض قبل بداية الحل ...



المطلوب : ايجاد العزم عند النقطة O

أولا : نثبت الفرض مع + عكس -

$M_{1O} = \underbrace{20\cos 30}_{\text{مع عقارب الساعة}} * \underbrace{3}_{\text{المسافة العمودية}} = 51.96 \ KN.m$

$M_{2O} = \underbrace{-20\sin 30}_{\text{عكس عقارب الساعة}} * \underbrace{6}_{\text{المسافة العمودية}} = -60 \ KN.m$

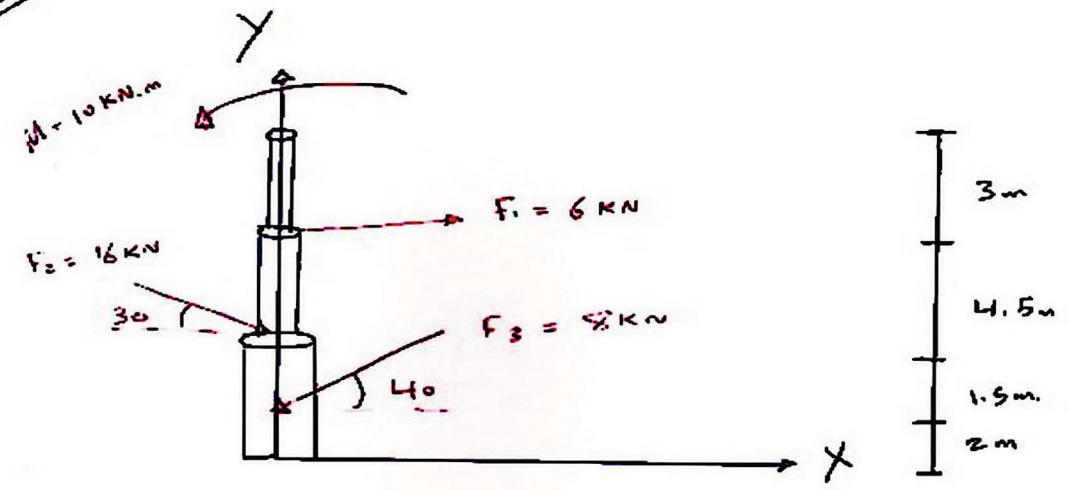
الآن نأخذ مجموعهم :

$M_O = M_{1O} + M_{2O} \Rightarrow 51.96 - 60 = \boxed{-8.04 \ KN.m}$

* ملاحظة هامة جداً

اذا مرت القوة أو خط تأثيرها في النقطة التي نجد عندها العزم فإن العزم من هذه القوة يساوي صفر

Ex



المطلوب : ايجاد العزم عند النقطة O من القوى الواقعة على الجسم

Sol :

① + ⟸ مع عكس ⟸ −

$M_O = \Sigma F_x * y \Rightarrow y = ?$

هنا لاحظ أن كل المركبات على محور y العزم صفرا = zero
لأن هذه المركبات تمر بالنقطة O فلا تحدث عندها عزم .

$M_O = -F_3 \cos 40 * 2. + F_2 \cos 30 * 5.5 + F_1 * 8 - 10$

$= \boxed{74.24 \text{ KN.m}}$

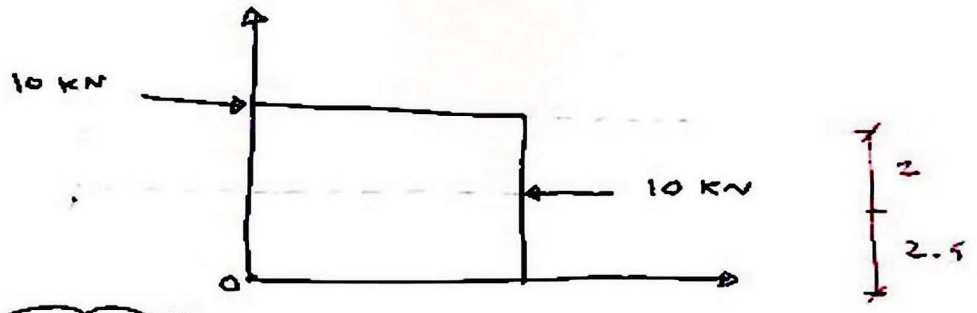
$y = ? \Rightarrow M_O = \Sigma F_x * y \Rightarrow y = \dfrac{74.24}{6 + 16\cos 30 - 8\cos 40}$

$\rightarrow \boxed{y = 5.4 \text{ m}}$

عزم الإزدواج

عزم الإزدواج : هو قوتين متساويان في المقدار متعاكسان في الاتجاه " متوازيتين " .

عزم الإزدواج = حاصل ضرب احدى القوتين بالمسافة العمودية التي بينهما



$M_o = ?$

Sol ①

$M_o = 10 * 4.5 - 10 * 2.5 = 20\ KN.m.$

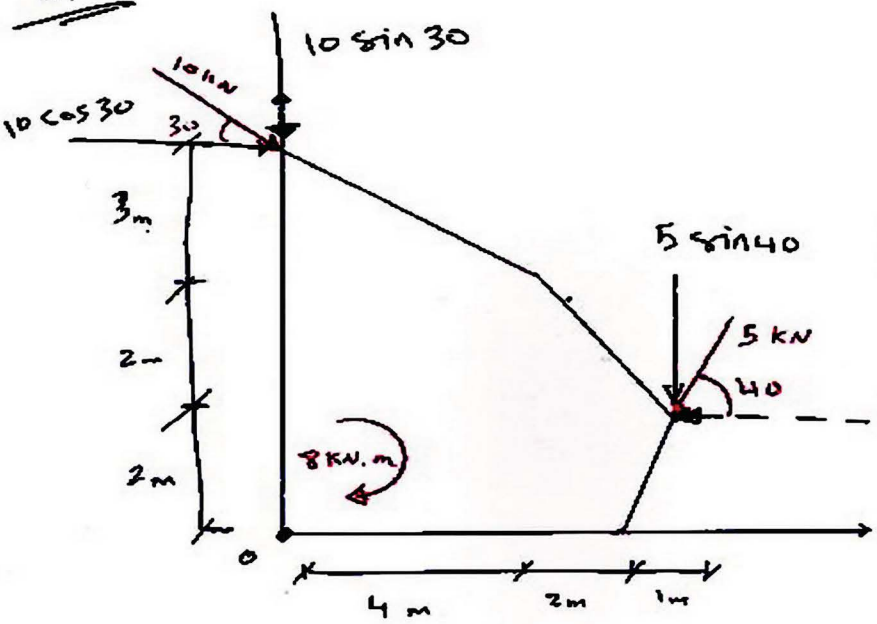
Sol ②

$M_o = 10 * 2 = 20\ KN.m$

/ عن طريق قانون عزم الإزدواج /

لاحظ أن الإجابتين متساويات

Ex



$M_o = ?$

Sol

موجب + عكس عقارب الساعة −

$M_o = +8 + 10\cos 30 * 7 + 0 + 5\sin 40 * 7 - 5\cos 40 * 2$

8 ← العزم الإضافي

10 sin 30 ← لأنه يمر من النقطة O

$\Rightarrow \boxed{M_o = 83.46 \text{ KN.m}}$

في مثل هذه المسائل إذا كانت الزوايا غير معطاة نقوم بإيجادها عن طريق المثلثات باستخدام ال sin / cos / tan

* يعني استخدم اللي بريحك *

العزوم في المستويات الثلاث
3D Moment

بصيغ

$$M_o = \vec{r} \times \vec{F}$$

$$\vec{M_o} = M_x \hat{i} + M_y \hat{j} + M_z \hat{k}$$

$$M_o = \sqrt{M_x^2 + M_y^2 + M_z^2}$$

* في العزوم في الثلاث مستويات سوف نستخدم الصفوفات لتسهيل الحل

له سوف نتعامل مع عدة امور في هذا الشابتر وهي:

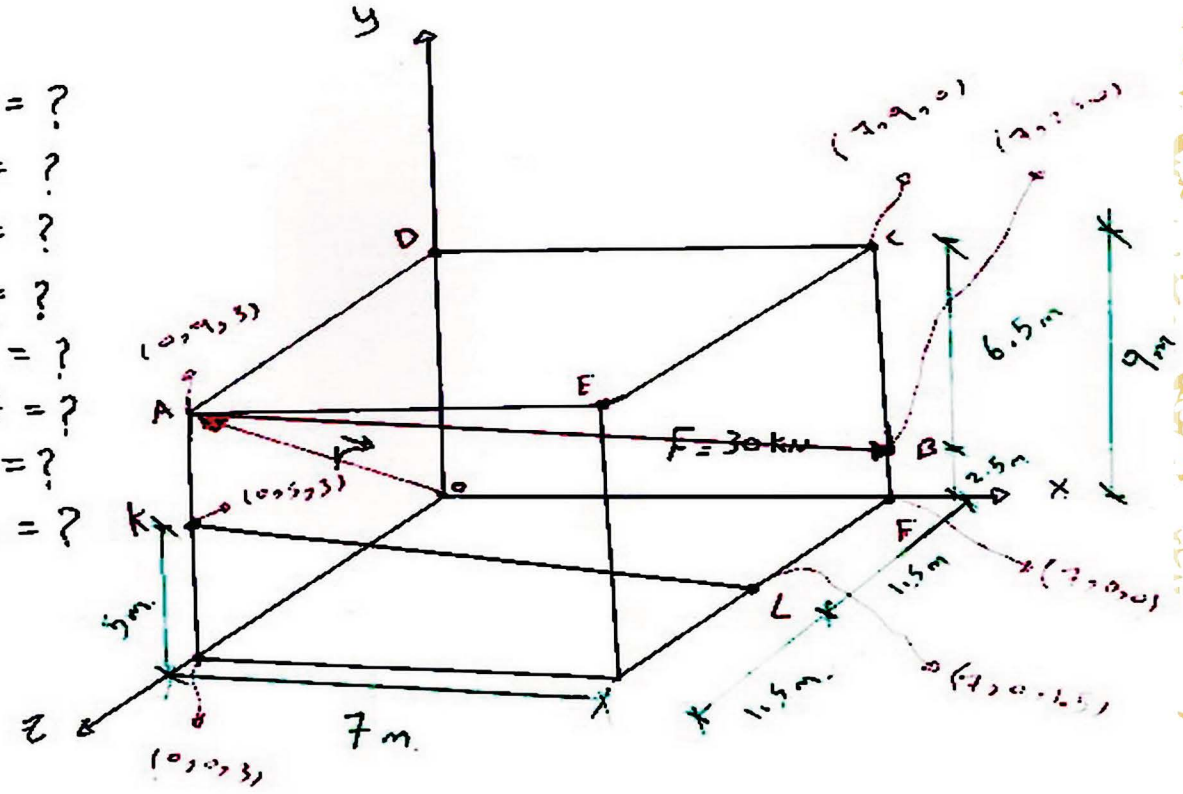
1. العزم حول نقطة .
2. العزم حول المحاور الرئيسية "x / y / z".
3. العزم على محاور وهمية .
4. العزم على خط غير واقع على أحد المحاور .

في السؤال التالي سوف نستعرض كل هذه الامور كاملة .

Cx

فهم مبدأ وشامل ...

① Mo = ?
② Mx = ?
③ My = ?
④ Mz = ?
⑤ Mcd = ?
⑥ MCE = ?
⑦ MCF = ?
⑧ MKL = ?



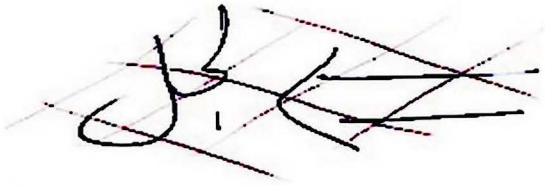
* حل

في بداية الحل ... نقوم بوضع $\vec{F}$ بحيث أن تصل $\vec{F}$ من النقطة التي اريد أن أجد عندها العزم إلى كل قوة موجودة على الجسم أو الشكل " صنا عندنا قوة واحدة فقط (من O إلى A)

بعد ذلك نقوم بإيجاد احداثيات النقط التي نحتاجها في الحل.

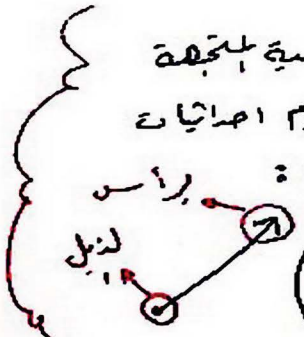
ثم نقوم بكتابة المعادلة الاساسية لمتجهة لكل قوة أو عزم.

ونرتبها في مصفوفة لإيجاد الحل والمطلوب



الاحداثيات تم ايجادها على الشكل

لكتابة المعادلة الأساسية للجهة لأي قوة سوف نستخدم احداثيات الرأس و الذيل كالتالي :



(احداثيات الرأس − احداثيات الذيل)

① $M_o = ?$

$$M_o = \vec{r} \times \vec{F}$$

$$\vec{r} = 0\hat{i} + 9\hat{j} + 3\hat{k}$$

$$\vec{F} = |F| * \frac{(\text{احداثيات الرأس} - \text{احداثيات الذيل})}{\sqrt{(\text{احداثيات الرأس} - \text{احداثيات الذيل})^2}} = \vec{F} = \frac{30\,(7\hat{i} - 6.5\hat{j} - 3\hat{k})}{\sqrt{7^2 + (-6.5)^2 + (-3)^2}}$$

$$\vec{F} = 20.93\hat{i} - 19.47\hat{j} - 8.97\hat{k}$$

$$\Rightarrow M_o = \vec{r} \times \vec{F}$$

$$M_o = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 0 & 9 & 3 \\ 20.93 & -19.47 & -8.97 \end{vmatrix}$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{M_o} = -22.32\hat{i} + 62.79\hat{j} - 188.37\hat{k}}$$

$$|M_o| = \sqrt{(-22.32)^2 + 62.79^2 + (-188.37)^2}$$

$$\boxed{|M_o| = 199.81 \text{ kN.m}}$$

(2) M_x
(3) M_y
(4) M_z
← حلهم بخطوة واحدة.

$M_x = -22.32\,\hat{i}$
$M_y = 62.79\,\hat{j}$
$M_z = -188.37\,\hat{k}$

$M_o = M_x\hat{i} + M_y\hat{j} + M_z\hat{k}$

$M_o = (-22.32\hat{i}) + 62.79\hat{j} + (-188.37\hat{k})$

M_o ← من المرة الأول.

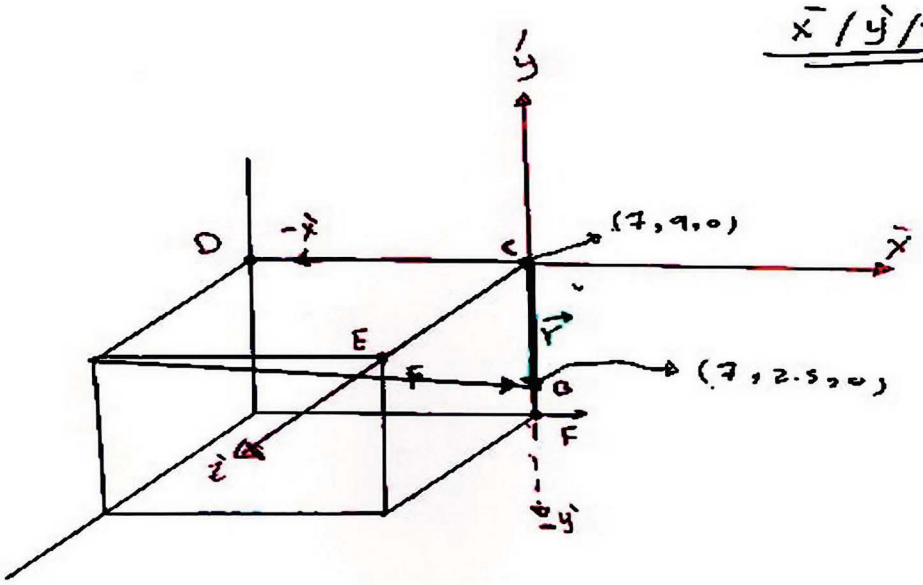
M_x ، M_y ، M_z

(5) M_{cd}
(6) M_{CE}
(7) M_{CF}
← هنا نلاحظ أن المطالب الثلاث يوجد بينهم النقطة C مشتركة ... لذلك سوف نقوم بحل هذه المطالب كما قمنا في السابقة ...

⇐ سوف نفرض وجود محاور وهمية موجودة على النقطة C ونجد العزم عند هذه النقطة « زي النقطة O ». وذلك بعد فرض متجه الوحدة $\vec{\lambda}$ « من C إلى بداية أو نهاية القوة F » ونقوم بنفس الخطوات السابقة مع اختلاف بسيط سوف يُذكر لاحقاً ...

⇐ المتجه « $\vec{r}$ » سوف نفرضه من النقطة C إلى النقطة B. لتسهيل الحل « لالغاء أكبر قدر ممكن من الاحداثيات ».

محاور وهمية ⇐ $\bar{x}/\bar{y}/\bar{z}$



$$M_C = \vec{r} \times \vec{F}$$

$$\vec{r} = 0\hat{i} - 6.5\hat{j} + 0\hat{k}$$

$$\vec{F} = 20.93\hat{i} - 19.47\hat{j} - 8.97\hat{k}$$

$$\vec{M_C} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 0 & -6.5 & 0 \\ 20.93 & -19.47 & -8.97 \end{vmatrix}$$

$$\vec{M_C} = \underbrace{58.3\hat{i}}_{M_{x'}} + \underbrace{0\hat{j}}_{M_{y'}} + \underbrace{136.05\hat{k}}_{M_{z'}}$$

$$M_{cd} = -M_{x'} = -58.3\hat{i} \text{ kN.m.}$$

$$M_{C_F} = -M_{y'} = 0 \text{ kN.m.}$$

$$M_{C_E} = +M_{z'} = 136.05\hat{k} \text{ kN.m.}$$

(8) $M_{KL} = ?$

KL ⇐ هو عبارة عن خط لايقع على المحاور الرئيسية ويميل عنها بزوايا مختلفة ...

هنا طريقة الحل تختلف قليلاً . كالتالي :

بداية ⇐ نجد العزم عند النقطة K بعد فرض $\vec{r}$ ينطلق من K ويصل إلى A ونجد العزم عند K كما فعلنا بالسابقة .

الآن بوجد خطوة اضافية وهي ايجاد $\vec{r}_{KL}$ للخط نفسه $|r_{KL}|$

ثم نجد $\cos\alpha$ / $\cos\beta$ / $\cos\gamma$

بعد ذلك نقوم بضرب

$M_{Kx} * \cos\alpha$
$M_{Ky} * \cos\beta$
$M_{Kz} * \cos\gamma$

فينتج لدينا M_{KL}

* تكون قيمة العزم «قيمة عددية وليست متجهة»

Sol

$\vec{r} = 4\hat{j}$ $\quad \vec{F} = 20.93\hat{i} - 19.47\hat{j} - 8.97\hat{k}$

$$M_K = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 0 & 4 & 0 \\ 20.93 & -19.47 & -8.97 \end{vmatrix} \Rightarrow \boxed{M_K = -35.88\hat{i} + 0\hat{j} - 87.72\hat{k}}$$

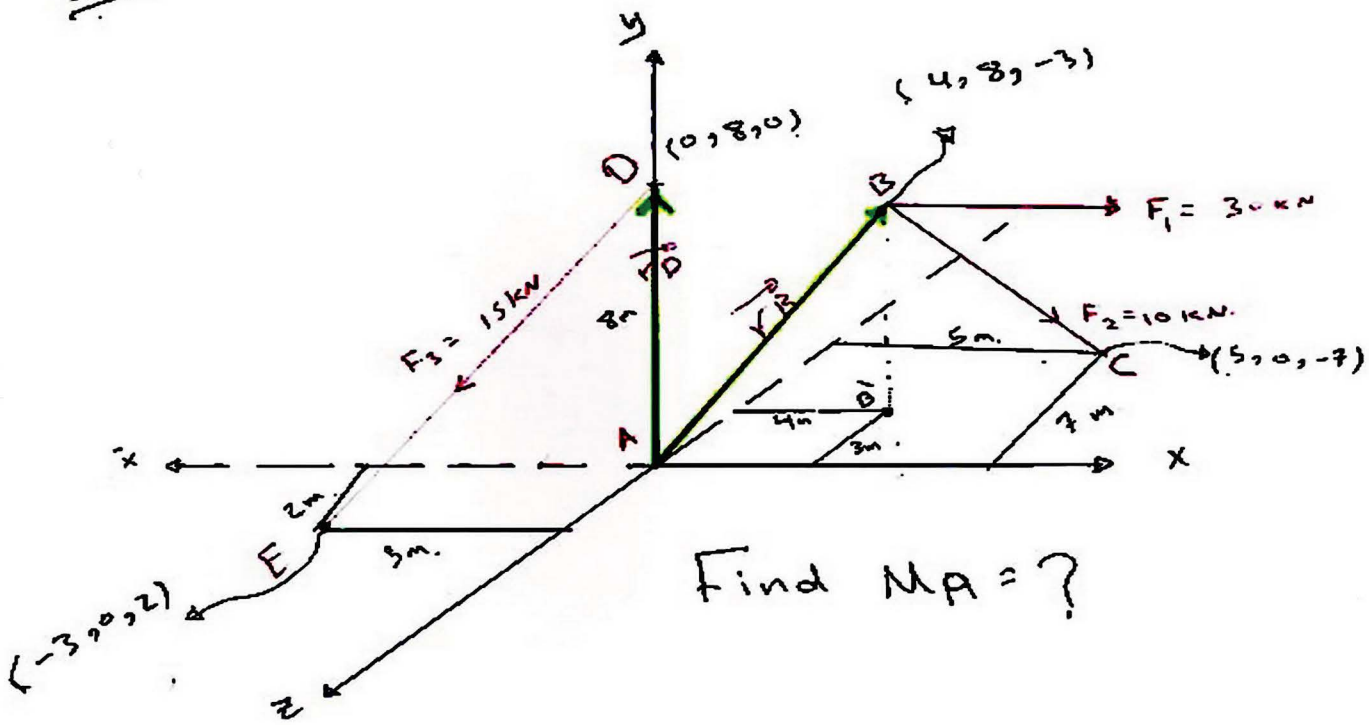
$\vec{r}_{KL} = 7\hat{i} - 5\hat{j} - 1.5\hat{k}$ $\quad \Rightarrow |r_{KL}| = \sqrt{7^2 + 5^2 + 1.5^2} = 8.73$

$\cos\alpha = \frac{7}{8.73} = \boxed{0.8}$ $\quad \cos\beta = \frac{-5}{8.73} = \boxed{-0.57}$ $\quad \cos\gamma = \frac{-1.5}{8.73} = \boxed{-0.171}$

$M_{KL} = -35.88 * 0.8 + 0 * -0.57 + -87.72 * -0.171$

$$\Rightarrow \boxed{M_{KL} = -13.7 \text{ KN.m}}$$

Q1



Sol نبدأ بإيجاد الإحداثيات ثم كتابة المعادلة الأساسية المتجهه لكل قوة ثم نضل بـ «$\vec{r}$» من A يصل إلى كل قوة [نحتاج إلى متجهين وحدة ($\vec{r}$)]

$$F_1 = 30\hat{i}$$

$$F_2 = \frac{10 * (1\hat{i} - 8\hat{j} - 4\hat{k})}{\sqrt{1^2 + 8^2 + 4^2}} = 1.37\hat{i} - 10.96\hat{j} - 5.48\hat{k}$$

$$F_3 = \frac{15 * (-3\hat{i} - 8\hat{j} + 2\hat{k})}{\sqrt{3^2 + 8^2 + 2^2}} = -5.12\hat{i} - 13.67\hat{j} + 3.42\hat{k}$$

$$\vec{r_B} = 4\hat{i} + 8\hat{j} - 3\hat{k}$$

$$\vec{r_D} = 8\hat{j}$$

$$Ma = \vec{r_B} \times \vec{F_1} + \vec{r_B} \times \vec{F_2} + \vec{r_D} \times \vec{F_3}$$

$$Ma = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 4 & 8 & -3 \\ 30 & 0 & 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} i & j & k \\ 4 & 8 & -3 \\ 1.37 & -10.96 & -5.48 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} i & j & k \\ 0 & 8 & 0 \\ -5.12 & -13.67 & 3.42 \end{vmatrix}$$

لـ بعد ضرب المصفوفات نحصل على (Ma)

احصل على جميع إعلانات الجامعة العاجلة، والأخبار
ونشاطات اللجنة عبر SMS على هاتفك مجانا!!
ارسل برسالة SMS عبارة:
Follow MechFet
على الأرقام التالية:
امنية 98788 زين 90903

احصل على جميع إعلانات الجامعة العاجلة، والأخبار
ونشاطات اللجنة بشكل جديد عبر الـ WhatsApp..
قم بحفظ الرقم بهاتفك: 0789434018
ثم ارسل رسالة تحتوي الإسم والتخصص،
لنفس الرقم عبر البرنامج

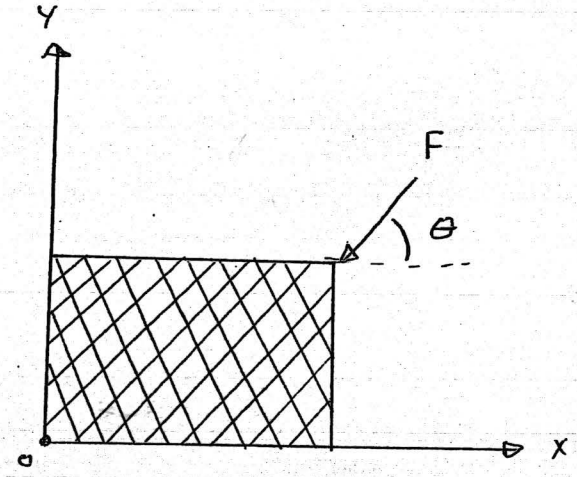
الاتزان * 2D

* شروط الاتزان :

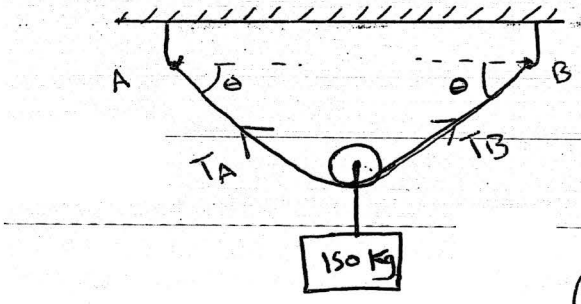
$\Sigma fy = 0$ ①

$\Sigma fx = 0$ ②

$\Sigma M_o = 0$ ③



Ex Find : TA / TB = ?



$\theta = 45°$

في حال وجود بكرة وعلى هذه البكرة معلق وزن "m" فإن الوزن يقع في المنتصف ويكون الشد على طرفي الحبل متساوياً "TA = TB"

* Sol ①

① نبدأ برسم مخطط الجسم الحر للجسم "Free body diagram"

② نحلل الشد الموجود في الحبال " مركبات على X و مركبات على Y "

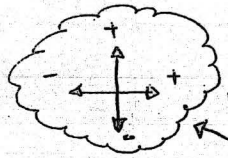
③ نقوم بتطبيق المعادلات " شروط الاتزان ". و ايجاد قيم

TB / TA

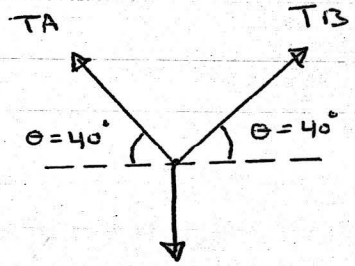
٨-٨

* مخطط الجسم الحر :

لرسمه بالشكل الصحيح يجب أن أضع على جميع القوى والمجاهيل الموجودة بالاضافة إلى الزوايا والمساحات بإن وجدت ...



* Free bodey diagram *



لازم أحولها لـ (KN)

$150 * 9.81 = 1471.5\ N$

$\Sigma f_x = 0$

$\Rightarrow T_B \cos 40 - T_A \cos 40 = 0 \Rightarrow \boxed{T_A = T_B} \rightarrow (1)$

$\Sigma f_y = 0$

$\Rightarrow -1451.5 + T_B \sin 40 + T_A \sin 40 = 0$

$\Rightarrow -1451.5 + 2 T_A \sin 40 = 0$

$T_A = \frac{1451.5}{2 \sin 40} \Rightarrow \boxed{T_A = 1144.6\ N}$

$\Rightarrow \boxed{T_B = 1144.6\ N}$

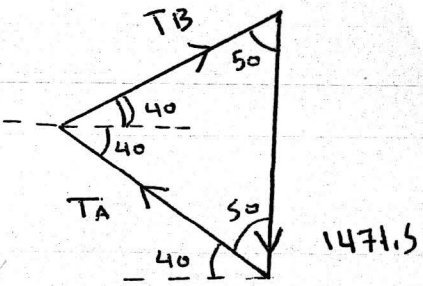
Sol (2)

طريقة مثلث القوى :

تعتمد هذه الطريقة على قانون الـ "sin" في ايجاد مقدار الشد في الحبال بحيث أن نقوم بجمع القوى جميعها على شكل مثلث "مثلث القوى" وايجاد جميع الزوايا الداخلية للمثلث ... وبعد ذلك نقوم بتطبيق قانون الـ sin لإيجاد المجاهيل ...

تذكر: قانون الـ sin هو

$$\frac{\text{الضلع الاول}}{\sin(\text{الضلع الاول})} = \frac{\text{الضلع الثاني}}{\sin(\text{الضلع الثاني})}$$



$$\Rightarrow \frac{T_B}{\sin 50} = \frac{T_A}{\sin 50} = \frac{1471.5}{\sin 80}$$

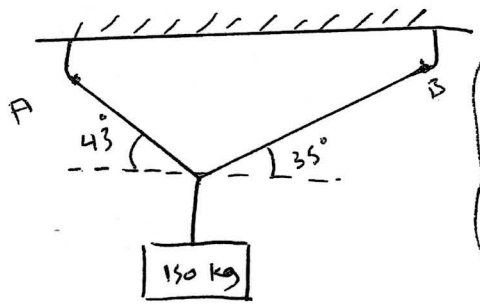
$$\ast \quad \frac{T_B}{\sin 50} = \frac{1471.5}{\sin 80} \Rightarrow \sin 80\, T_B = 1471.5 * \sin 50$$

$$\Rightarrow T_B = \frac{1471.5 * \sin 50}{\sin 80} = \boxed{1144.6\ N}$$

$$\ast \quad \frac{T_A}{\sin 50} = \frac{1471.5}{\sin 80} \Rightarrow \sin 80 * T_A = 1471.5 * \sin 50$$

$$\Rightarrow T_A = \frac{1471.5 * \sin 50}{\sin 80} = \boxed{1144.6\ N}$$

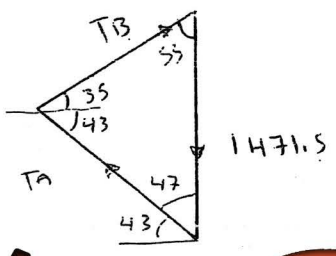
Ex



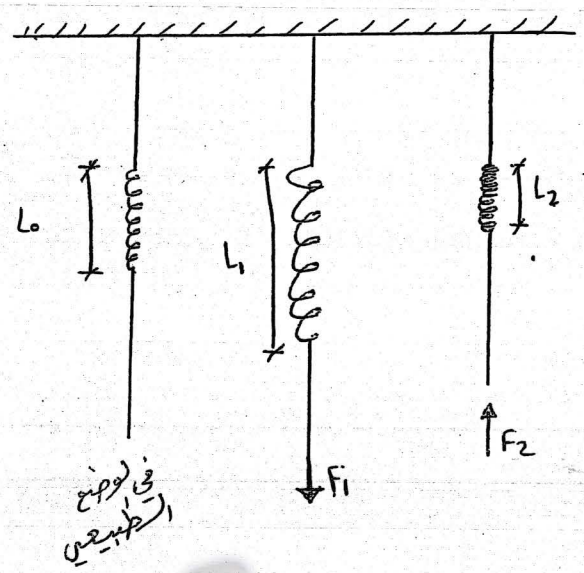
في هذا السؤال لا يوجد بكرة لذلك ليس من الضروري أن تكون الكتلة واقعة في المنتصف أي أن $T_A \neq T_B$

$$\frac{T_B}{\sin 47} = \frac{1471.5}{\sin 78} \Rightarrow \boxed{T_B = 1100.23N}$$

$$\frac{T_A}{\sin 55} = \frac{1471.5}{\sin 75} \Rightarrow \boxed{T_A = 1247.9\ N}$$



Ex Find: $F_1 = ?$ / $F_2 = ?$



$$F = K\,\Delta L$$
$$= K\,[L - L_0]$$

- L_0: في الوضع الطبيعي
- L_1: بعد تأثير القوة
- L_2: ثابت

اذا كان الجواب:
① موجب ⇐ شد (T)
② سالب ⇐ ضغط (C)

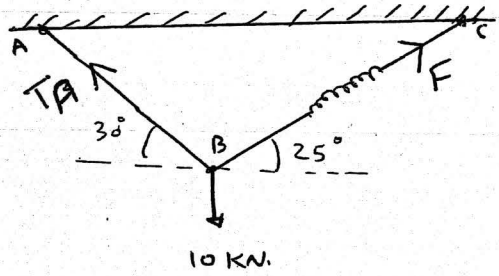
Assume: $L_0 = 2.5$ m. $\quad K = 500$ N/m.
$L_1 = 4.5$ m. $\quad L_2 = 1.7$ m.

* Sol

$F_1 = K\,[L_1 - L_0]$
$500 * [4.5 - 2.5] \Rightarrow F_1 = 1000$ N. $\Rightarrow$ شد (T)

$F_2 = K\,[L_2 - L_0]$
$500 * [1.7 - 2.5] \Rightarrow F_2 = -400$ N $\Rightarrow$ ضغط (C)

Ex



K = 5 KN/m.

L_o = 1.5 m.

* Find :

TA = ?

L = ?

F = ?

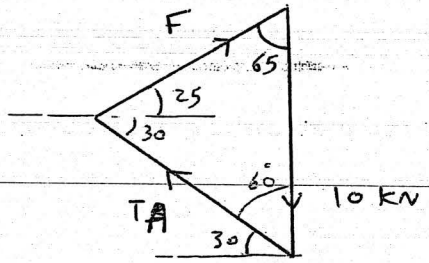
* Sol

أولا نرسم مثلث القوى :

$$\frac{F}{\sin 60} = \frac{10}{\sin 55}$$

$$\Rightarrow 10 \sin 60 = \sin 55 * F$$

$$\Rightarrow \boxed{F = 10.57 \text{ KN}}$$



$$\frac{TA}{\sin 65} = \frac{10}{\sin 55}$$

$$\Rightarrow 10 \sin 65 = \sin 55 * TA$$

$$\Rightarrow \boxed{TA = 11.06 \text{ KN}}$$

$$F = K [L - L_o]$$

$$10.57 = 5 [L - 1.5] \Rightarrow \frac{10.57}{5} = L - 1.5$$

$$\Rightarrow \boxed{L = 3.615 \text{ m}}$$

* أنواع الركائز :

① الحبال	② rolar	③ Heng	④ Fixed

① الحبال تم شرحها في الأمثلة السابقة.

② rolar : [ ] [ ]

هي نوع من انواع الركائز تمنع الحركة باتجاه واحد وهو الاتجاه العمودي عليها. [أي أنها تعطي رد فعل واحد].

③ Heng : [ ] [ ]

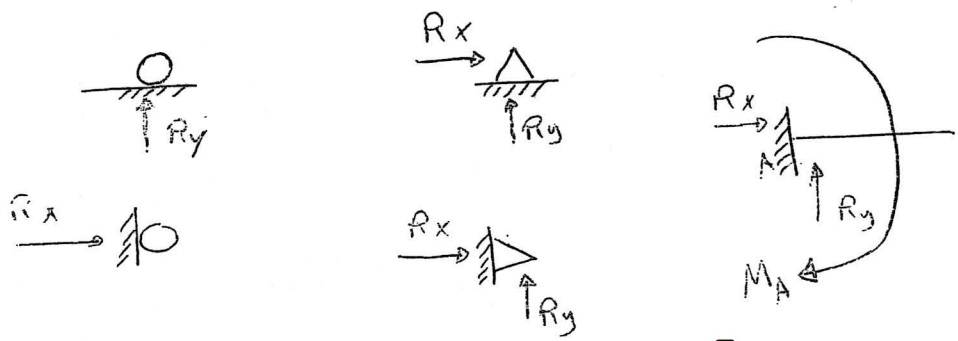
هي نوع من أنواع الركائز تمنع الحركة باتجاهين الاتجاه العمودي عليها والاتجاه الافقي [أي أنها تعطي ردين فعل]

④ Fixed [ ]

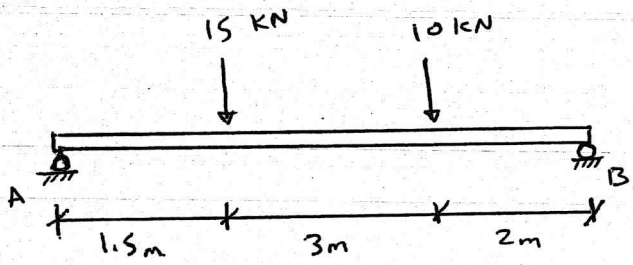
هي نوع من أنواع الركائز تمنع الحركة في جميع الاتجاهات. أي انها تعطي تثبيت تام « تمنع الحركة على X // Y وتمنع الدوران » وبالتالي يكون لها [3 ردود أفعال]

ملاحظة

رد الفعل يكون بالاتجاه الذي لا يكون عليه حركة



Ex



المطلوب :
أوجد مقدار ردود الأفعال عند الركائز

طريقة الحل :

① نحدد ماهي ردود الأفعال الموجودة عند الركائز بناءً على نوع الركيزة.

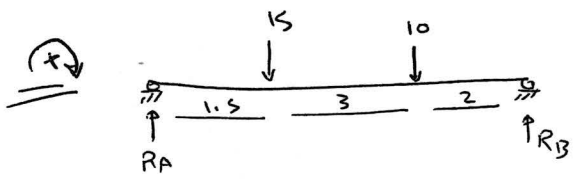
② لايجاد رد الفعل عند النقطة A نأخذ العزم عند النقطة B لان رد الفعل عند النقطة B سوف يلتغي لانه يمر بالنقطة التي سوف نجد العزم عندها فيصبح لدينا معادلة بمجهول واحد فنجد قيمة المجهول.

③ لايجاد رد الفعل عند B إما أن نأخذ العزم عند النقطة A كما في البند السابق أو أن نستخدم معادلة [$\Sigma fy=0$]

ولكن الحل عن طريق العزم أضمن ...

* sol

① نوع الركائز « roler » بالتالي سيكون عندنا رد الفعل عند A ⇐ R_A عودي وعند B ⇐ R_B عمودي



$\Sigma MA = 0$

$\Rightarrow 15 * 1.5 + 10 * 4.5 - RB * 6.5 = 0$

$\Rightarrow RB = \frac{15 * 1.5 + 10 * 4.5}{6.5}$

$RB = 10.385\ KN$

$\circlearrowleft + \quad \Sigma M_B = 0$

$\Rightarrow \quad -10*2 \; -15*5 \; + R_A * 6.5$

$\Rightarrow \quad R_A = \dfrac{20 + 75}{6.5} = \boxed{14.615 \text{ KN}}$

OR

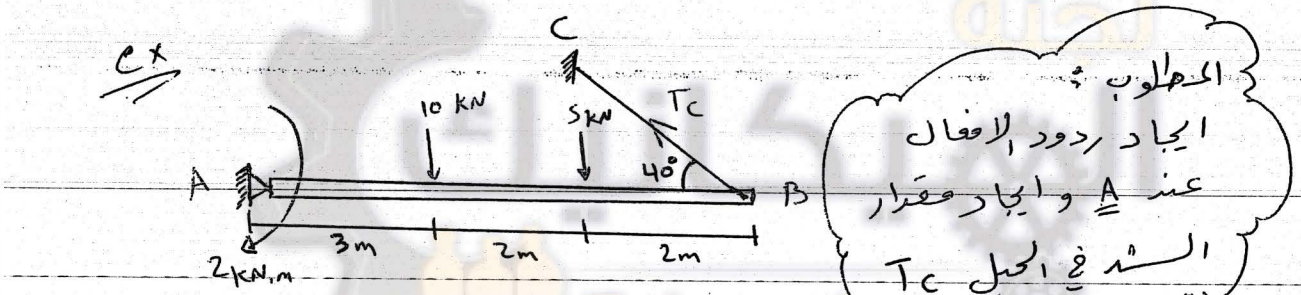
Sol

$+\uparrow \quad \Sigma F_y = 0$

$\Rightarrow \quad -15 - 10 + 10.385 + R_A = 0$

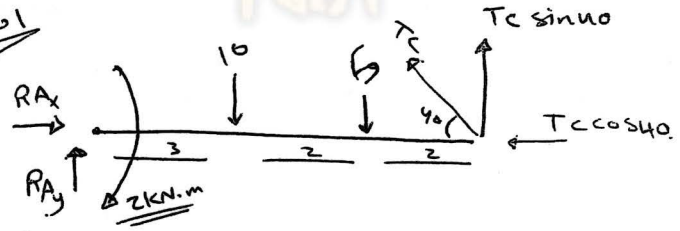
$\Rightarrow \quad \boxed{R_A = 14.615 \text{ KN}}$

لكن الأفضل أن نستخدم هذه الطريقة للتأكد من الحل



المطلوب :
ايجاد ردود الأفعال عند A وايجاد مقدار الشد في الحبل Tc

Sol



$\circlearrowleft + \quad \Sigma M_A = 0$

$\Rightarrow \quad 2 + 10*3 + 5*5 - Tc \sin uo * 7 = 0 \quad \Rightarrow \boxed{Tc = 12.67 \text{ kN}}$

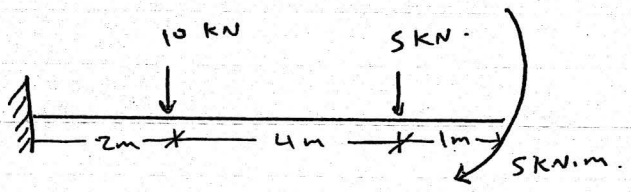
$\circlearrowleft + \quad \Sigma M_B = 0$

$\Rightarrow 2 - 5*2 - 10*4 + R_{Ay} * 7 = 0 \Rightarrow \boxed{R_{Ay} = 6.86}$

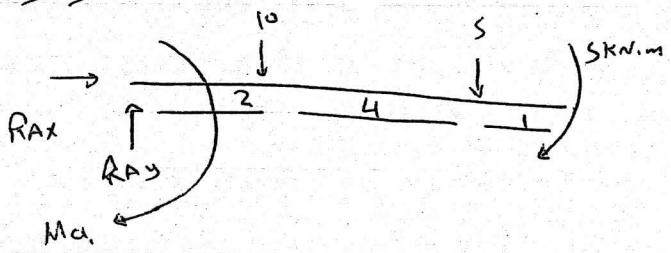
$\Sigma F_x = 0$

$\Rightarrow \quad R_{Ax} - Tc \cos uo = 0 \Rightarrow \boxed{R_{Ax} = 9.7 \text{ KN}}$

ex



Sol



هنا لاحظ الاختلاف في الحل ...

$+\circlearrowleft \Rightarrow \Sigma Ma = 0$

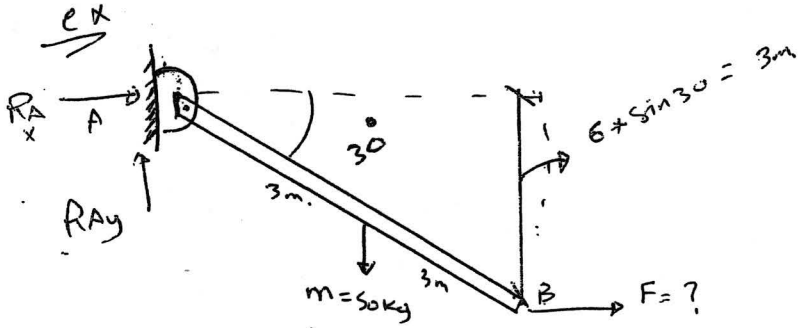
$10 * 2 + 5 * 6 + 5 + Ma = 0$

$\Rightarrow \boxed{Ma = -55\ KN.m}$ ← أي أن اتجاه دوران Ma عكس عقارب الساعة [−]

$\Sigma fx = 0 \Rightarrow \boxed{RAx = 0}$

$\Sigma fy = 0 \Rightarrow -10 - 5 + RAy = 0 \Rightarrow \boxed{RAy = 15\ KN}$

ex



Sol

$\Sigma Ma = 0$

$\Rightarrow 490.5 * 2.6 - F * 3 = 0$

$\Rightarrow \boxed{F = 425.1\ kN}$

$\Sigma fx = 0.$

$\Rightarrow \boxed{RAx = -425.1\ kN}$

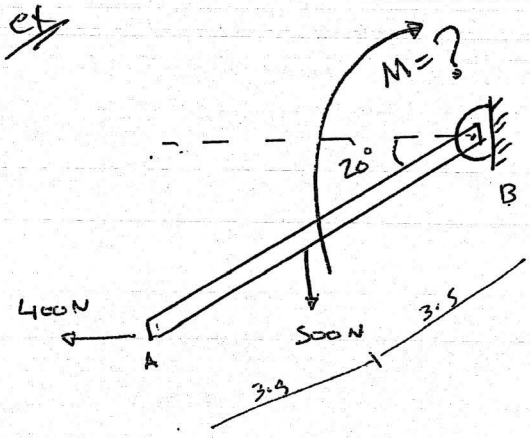
باتجاه محور x السالب

$\Sigma fy = 0$

$\boxed{490.5 = RAy}$

لا تنسى العمل صغير !!!

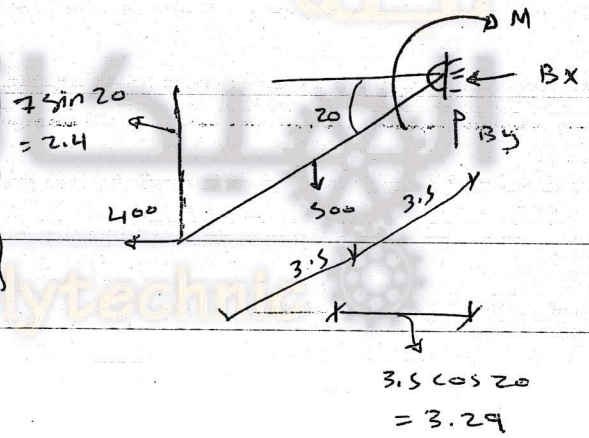
ex



المطلوب :
ايجاد قيمة العزم الإضافي الموجود عند الركيزة .
بالاضافة الى قيم ردود الأفعال عند الركائز .

sol

في هذا السؤال يوجد أصلا عزم اضافي موجود عند الركيزة B والمطلوب أن نجد قيمة هذا العزم كي يصبح الجسم متزناً ...



* $\Sigma M_B = 0$

$\Rightarrow M - 500 * 3.29 + 400 * 2.4 = 0$

$\boxed{M = +685 \ N/m}$

* $\Sigma f_x = 0$

$-400 - B_x = 0$

$\Rightarrow \boxed{B_x = -400 N}$

* $\Sigma f_y = 0$

$B_y - 500 = 0$

$\Rightarrow \boxed{B_y = 500 N}$

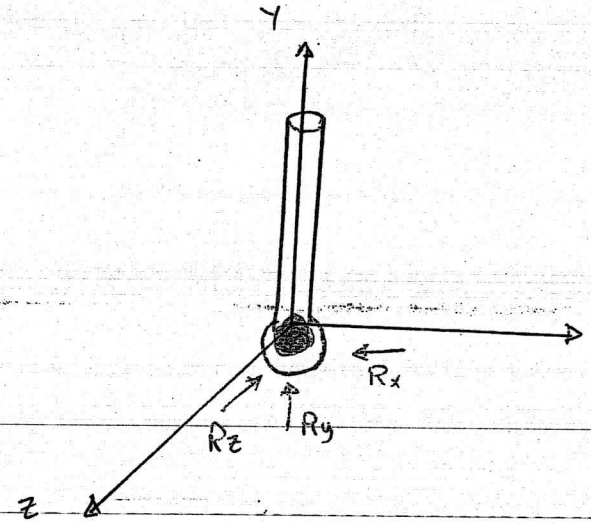
الاتزان * 3D

* شروط الاتزان في الاتجاهات الثلاث :

$\Sigma Fx = 0$ (1) $\quad \Sigma Fy = 0$ (2) $\quad \Sigma Fz = 0$ (3)

$\Sigma Mx = 0$ (4) $\quad \Sigma My = 0$ (5) $\quad \Sigma Mz = 0$ (6)

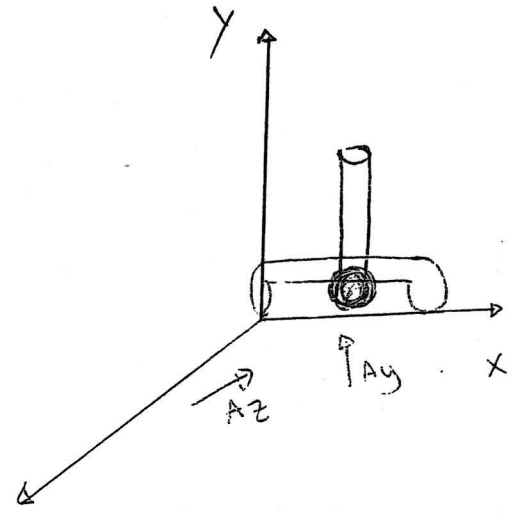
⇐ اشكال التثبيت في الثلاث مستويات :



1) Ball Soket

* يعطي ⩾ ردود أفعال على المحاور الثلاث .
* يمنع الحركة الخطية على المحاور الثلاث .
* يسمى التثبيت الكروي الكامل .
* يعطي تثبيت غير تام .

2) على شكل اسطوانة مفتوحة .



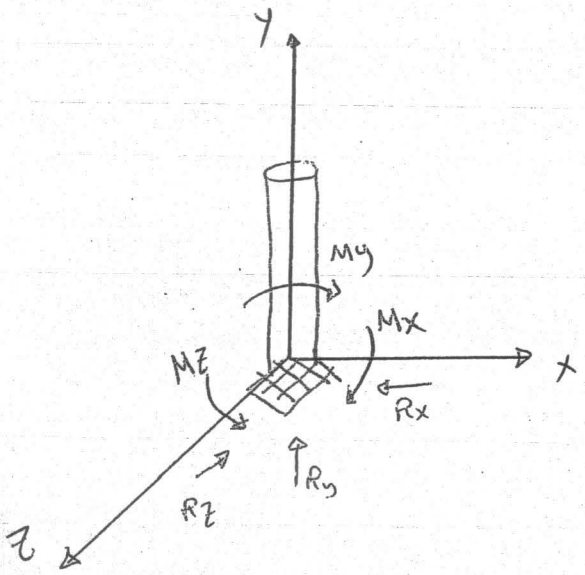
في هذه الحالة :

الحركة على محور $\overline{x}$ مسموحة

بالتالي لا يوجد رد فعل على محور $\overline{x}$

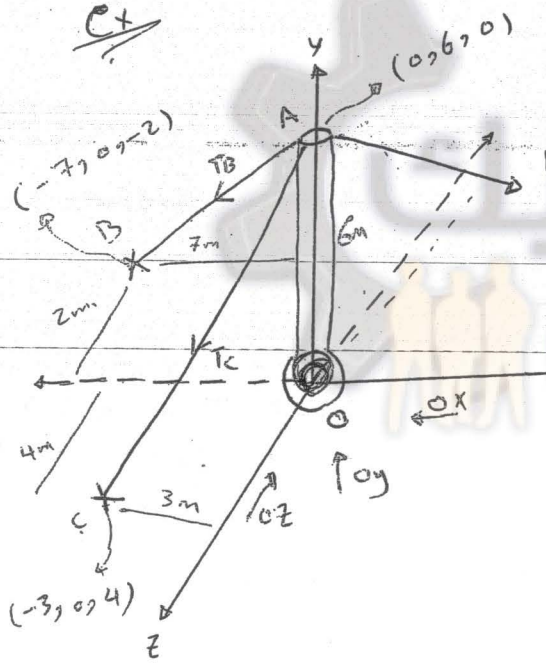
⇐ عدد ردود الأفعال $= \overline{2}$

③ حالة التثبيت التام



في هذه الحالة يكون لدينا
تثبيت تام ١٠٠٪
أي أنه يوجد لدينا
٦ ردود أفعال.
3 ⇐ على المحاور للحركة الخطية
3 ⇐ " " للعزوم

Ex



المطلوب :

١- إيجاد قيم ردود الأفعال بالإضافة إلى قيم الشد الموجودة في الحبال ؟؟

* طريقة حل مثل هذه الأسئلة :

① نجد احداثيات النقاط المطلوبة

② نكتب المعادلة الاساسية المتجهة لكل قوة بالاضافة إلى ردود الأفعال الموجودة عند الركيزة ⇐

③ نأخذ العزم عند النقطة ⇐ (زي ما كنا نشتغل من قبل ⇐ ٨ ٧ لكن يكون العزم هنا بدلالة المجاهيل (قيم الشد في الحبال))

④ بما أن الجسم متزن فإن :

$\Sigma Mz = 0$ $\Sigma My = 0$ $\Sigma fMx = 0$

فنأخذ جميع قيم العزوم الناتجة عن كل مصفوفة على كل محور لوحدها ونساويها بالصفر فينتج لدينا 3 معادلات بـ 3 مجاهيل وهي قيم الشد في الحبال . فنجد قيم هذه المجاهيل N

Sol

① الإحداثيات تم ايجادها على الشكل ...

المعادلة الأساسية المتجهة للقوى والمجاهيل

$Ox = -ox\,\hat{i}$ $oy = oy\,\hat{j}$ $oz = -oz\,\hat{k}$

$F = (6\hat{i} - 4\hat{j} - 5\hat{k})$ N

$TB = \dfrac{TB * (-7\hat{i} - 6\hat{j} - 2\hat{k})}{\sqrt{7^2+6^2+2^2}} = -0.74TB\hat{i} - 0.63TB\hat{j} - 0.21TB\hat{k}$

$Tc = \dfrac{Tc * (-3\hat{i} - 6\hat{j} + 4\hat{k})}{\sqrt{3^2+6^2+4^2}} = -0.38Tc\hat{i} - 0.76Tc\hat{j} + 0.51Tc\hat{k}$

$Mo = rA \times F + rA \times TB + rA \times Tc$

$\vec{rA} = 0\hat{i} + 6\hat{j} + 0\hat{k}$

$$Mo = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 0 & 6 & 0 \\ 6 & -4 & -5 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} i & j & k \\ 0 & 6 & 0 \\ -0.74TB & -0.63TB & -0.21TB \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} i & j & k \\ 0 & 6 & 0 \\ -0.38Tc & -0.76Tc & 0.51Tc \end{vmatrix}$$

$$\Rightarrow M_o = (6*-5\,\hat{i} + 0\,\hat{j} - 6*6\,\hat{k}) + (6*-0.21\,T_B\,\hat{i} + 0\,\hat{j} + -6*-0.74\,T_B\,\hat{k}) + (6*0.51\,T_C\,\hat{i} + 0\,\hat{j} + -6*-0.38\,T_C\,\hat{k})$$

$$\Sigma M_x = 0$$

$$\Rightarrow (6*-5 + 6*-0.21\,T_B + 6*0.51\,T_C)\,i = 0$$

$$\boxed{(-30 + 1.26\,T_B + 3.06\,T_C)\,i = 0} \longrightarrow (1)$$

$$\Sigma M_y = 0.$$

$\Rightarrow$ هنا العزم على محور y يساوي صفر لماذا؟؟

① القوى جميعها تتقاطع مع محور y

② حاصل القوة $\underline{T_A}$ منطبقة على محور y

$$\Sigma M_z = 0.$$

$$(-6*6 + -6*-0.74\,T_B + -6*-0.38\,T_C)\,\hat{k} = 0$$

$$\boxed{(-36 + 4.44\,T_B + 2.28\,T_C)\,\hat{k} = 0} \longrightarrow (2)$$

* بعد حل المعادلتين ينتج عندنا:

$$\Rightarrow \boxed{T_B = 2.537\,N}$$

للحصول على قيم أكثر دقة خذ بعد الفاصلة 3 أرقام

$$\Rightarrow \boxed{T_C = 10.848\,N}$$

الآن أوجدنا قيم (T_C / T_B) ولكن بقي لدينا قيم ردود الأفعال عند الركائز المجهولة !!! (:)

الآن لايجاد ردود الأفعال عند الركائز سوف نقوم بتعويض قيم T_C/T_B التي أوجدناها في المعادلة الأساسية المتجهة لكل منهما لينتج لدينا معادلة أساسية متجهة بدون مجاهيل ...

بعد ذلك نأخذ محصلة القوى على كل محور الجسم :

$$\Sigma f_x = 0 \quad \Sigma f_y = 0 \quad \Sigma f_z = 0$$

ومن خلال هذه المعادلات نجد قيم ردود الأفعال $O_x / O_y / O_z$

$$T_B = 2.537$$

$$\vec{T}_B = -0.74\,T_B\,\hat{i} - 0.63\,T_B\,\hat{j} - 0.21\,T_B\,\hat{k}$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{T}_B = -1.877\hat{i} - 1.598\hat{j} - 0.533\hat{k}}$$

$$T_C = 10.848$$

$$\vec{T}_C = -0.38\,T_C\,\hat{i} - 0.76\,T_C\,\hat{j} + 0.51\,T_C\,\hat{k}$$

$$\boxed{\vec{T}_C = -4.122\hat{i} - 8.244\hat{j} + 5.532\hat{k}}$$

$$\Sigma f_x = 0 \Rightarrow -O_x\hat{i} + 6\hat{i} - 1.877\hat{i} - 4.122\hat{i} = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{O_x = -0.001\ N}$$

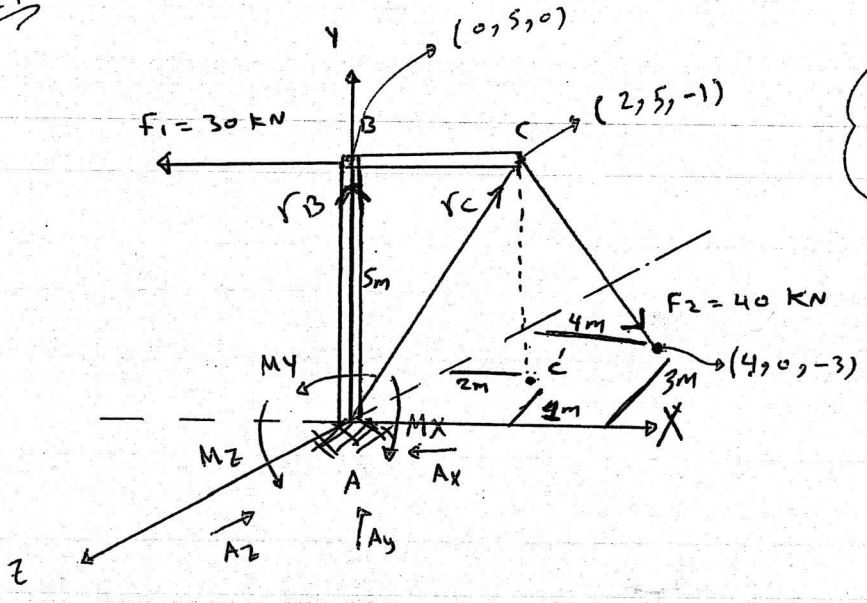
$$\Sigma f_y = 0 \Rightarrow O_y - 4 - 1.598 - 8.244$$

$$\Rightarrow \boxed{O_y = -13.842\ N}$$

$$\Sigma f_z = 0 \Rightarrow -O_z - 5 - 0.533 + 5.532 = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{O_z = -0.001\ N}$$

ex



المطلوب ايجاد ردود الافعال عند الركيزة A

يوجد في ردود أفعال لان شكل الركيزة fixed

sol

① حدد احداثيات كل نقطة "على الشكل"

② المعادلة الاساسية لكل قوة:

$A_x = -A_x \hat{i}$ $A_y = -A_y \hat{j}$ $A_z = -A_z \hat{k}$

$F_1 = -30 \hat{j}\ kN$

$F_2 = 40 \dfrac{(2\hat{i} - 5\hat{j} - 2\hat{k})}{\sqrt{2^2 + 5^2 + 2^2}} = 13.926\hat{i} - 34.815\hat{j} - 13.926\hat{k}$

③ نصل r يطلع من النقطة A ويصل إلى كل قوة

نحتاج هنا r_B / r_C "على الشكل"

$\vec{r}_B = 5\hat{j}$ $\vec{r}_C = 2\hat{i} + 5\hat{j} - 1\hat{k}$

④ الآن نأخذ العزم عند النقطة A

$M_A = \vec{r}_B \times \vec{F}_1 + \vec{r}_C \times \vec{F}_2$

$$M_A = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 0 & 5 & 0 \\ -30 & 0 & 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 2 & 5 & -1 \\ 13.926 & -34.815 & -13.926 \end{vmatrix}$$

$$\Rightarrow M_A = (0\hat{i} + 0\hat{j} + 30*5\hat{k}) + [(5*-13.926 - -34.815*-1)\hat{i}$$

$$-(2*-13.926 - 13.926*-1)\hat{j} + (2*-34.815 - 5*13.926)\hat{k}]$$

$$M_A = -104.445\,\hat{i} + 13.926\,\hat{j} + -109.26\,\hat{k}$$

$M_x = -104.445$ KN.m → قيم أول مجاهيل

$M_y = 13.926$ KN.m.

$M_z = -109.26$ KN.m

$\Sigma f_x = 0$

$\Rightarrow -A_x - 30 + 13.926 \Rightarrow A_x = -16.074$ KN

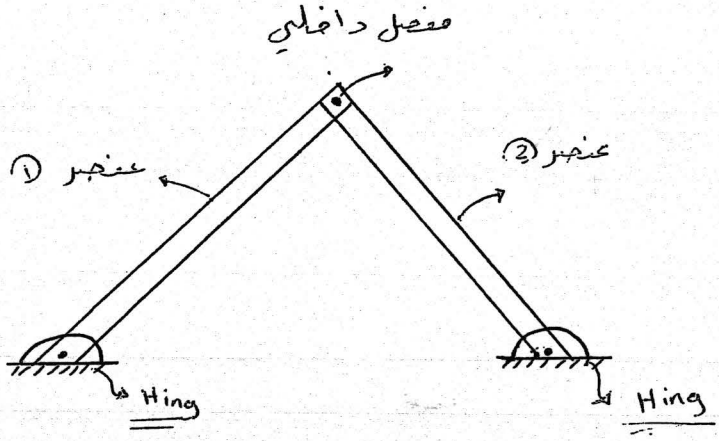
$\Sigma f_y = 0$

$\Rightarrow A_y - 34.815 = 0 \Rightarrow A_y = 34.815$ KN

$\Sigma f_z = 0$

$-A_z - 13.926 = 0 \Rightarrow A_z = -13.926$ KN.m

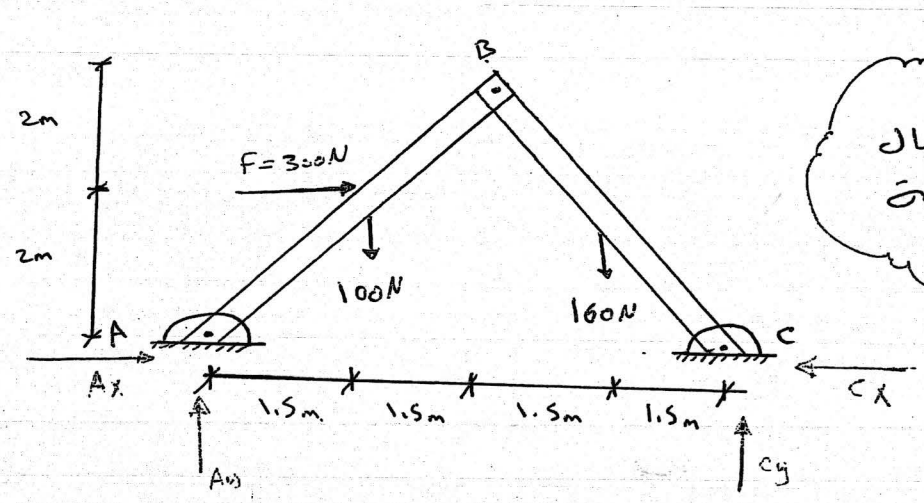
الفريم "الإطارات"



* الفريمات بشكل عام تتكون من عنصرين أو أكثر يربط بينها بمفاصل تسمى "مفاصل داخلية"
* يتم حل كل عنصر لوحده.
* كل مفصل داخلي يوجد فيه ردود فعل عدد (2)
* الهدف من حل الفريم هو ايجاد ردود الافعال عند المركاز بالاضافة إلى ردود الافعال الموجودة عند المفاصل الداخلية
* لحل الفريم نحاول في البداية أن نجد ردود الافعال الخارجية عند المركاز الرئيسية لان ذلك يسهل علينا في حل الفريم.
* لحل الفريم نقوم بأخذ كل عنصر لوحده ونرسم له مخطط الجسم الحر ... وبعد ذلك نقوم بايجاد ردود الافعال الموجودة في العنصر.

باستخدام المعادلات $\begin{cases} \Sigma F_x = 0 \\ \Sigma F_y = 0 \\ \Sigma M = 0 \end{cases}$ لانه في حالة اتزان

* simple example :



المطلوب :
ايجاد ردود الافعال الخارجية والداخلية في الضريم

Sol

لحل هذا الضريم نحاول أن نجد ردود الافعال الخارجية في البداية إن أمكن

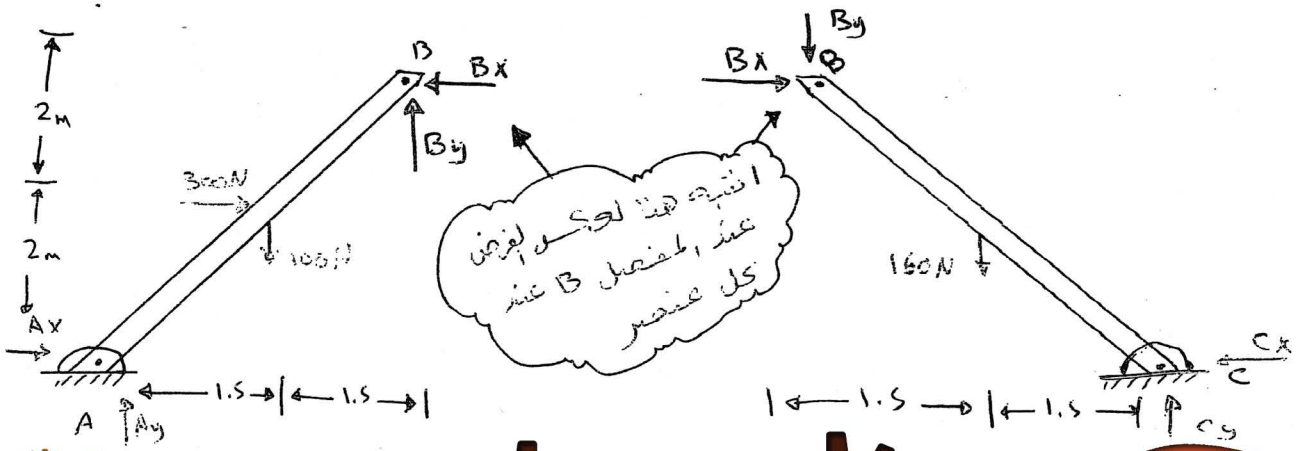
$$\circlearrowleft + \quad \Sigma M_A = 0$$

$$\Rightarrow 300*2 + 100*1.5 + 160*4.5 - 6*C_y = 0 \Rightarrow \boxed{C_y = 245\ N}$$

$$\Sigma f_y = 0$$

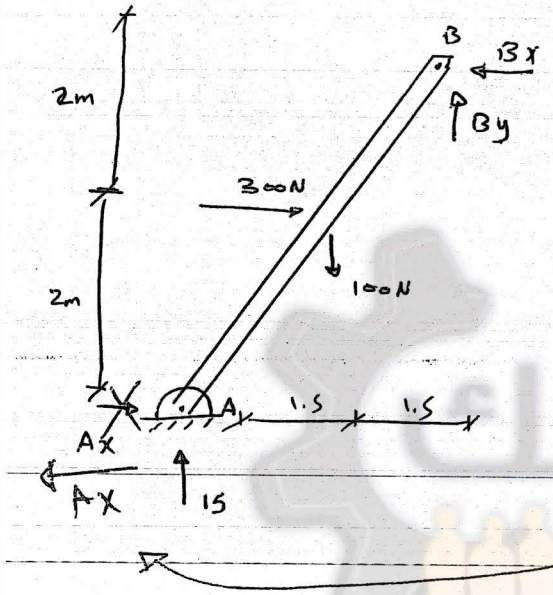
$$\Rightarrow -100 - 160 + 245 + A_y = 0 \Rightarrow \boxed{A_y = 15\ N}$$

الان ردود الافعال Ax / Cx لا يمكن ايجادهم قبل فك الضريم لذلك سوف نقوم بأخذ كل عنصر لوحده و نجد باقي ردود الافعال



ملاحظة

عند فصل العناصر عن بعضها البعض فإن كل مفصل داخلي يحتوي على مجهولين نقوم بفرض اتجاههما على العنصر ولكن من الضروري الإنتباه إلى ضرورة عكس هذا الفرض في العنصر الآخر « لاحظ الشكل السابق » ١-٨



$$+\circlearrowleft \sum M_B = 0$$

$$\Rightarrow -100*1.5 - 300*2 + 15*3 - Ax*4 = 0$$

$$\boxed{Ax = -176.25}$$

معنى إشارة (-) أن اتجاه Ax عكس اتجاه الفرض لذلك نقوم بعكس اتجاه السهم Ax إلى الاتجاه الآخر

$$\sum f_x = 0$$

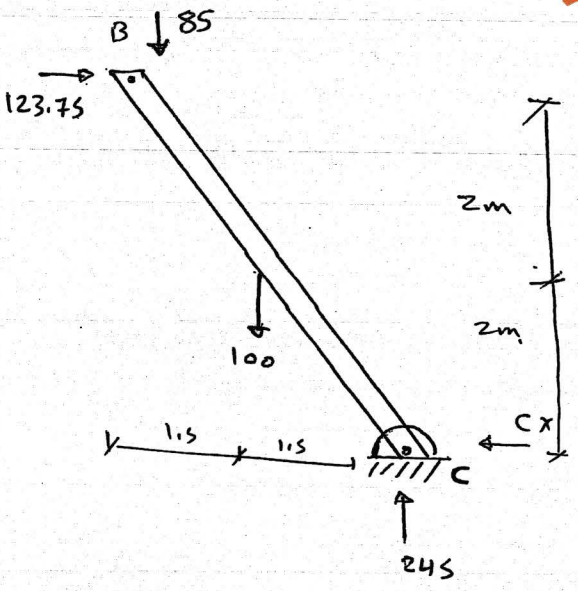
$$\Rightarrow -176.25 + 300 - Bx = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{Bx = 123.75\ N}$$

$$\sum f_y = 0$$

$$\Rightarrow 15 - 100 + By = 0 \Rightarrow \boxed{By = 85\ N}$$

الآن أصبح لدينا By / Bx ⇐ نقوم بتعويض هذه القيم مباشرة على الجزء الآخر و نجد باقي المجاهيل



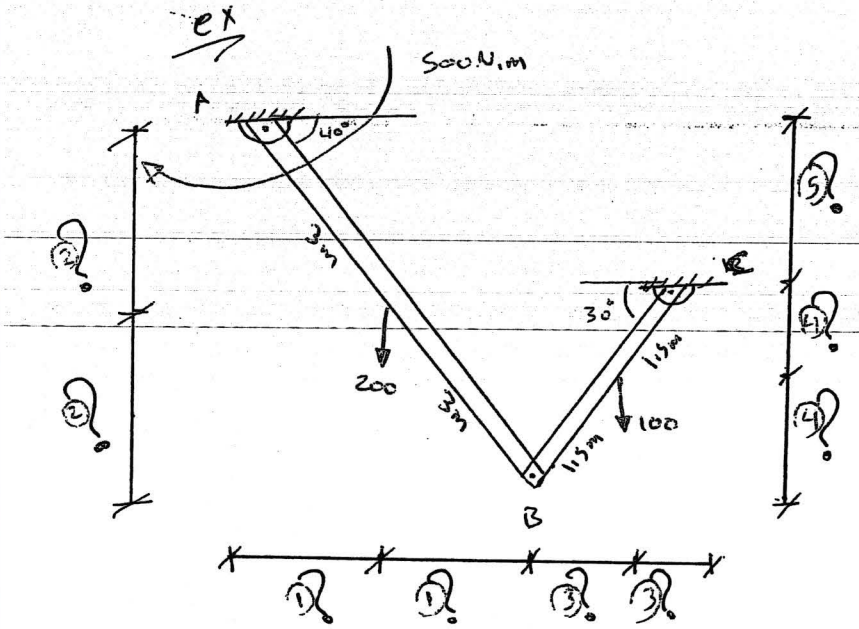
$\Sigma f_x = 0$

$\Rightarrow 123.75 + -Cx = 0$

$\Rightarrow \boxed{Cx = 123.75 \text{ KN}}$

الآن أصبح لدينا :

$Ax = -176.25$	$Ay = 15$
$Cx = 123.75$	$Cy = 245$
$Bx = 123.75$	$By = 85$



لاحظ في هذا السؤال
« يوجد زوايا وأطوال
أوتار ، لمثلثات »
نجد من خلالها الأطوال
الأفقية والعمودية

$\ell_1 = 3 \cos 40 = 2.3$

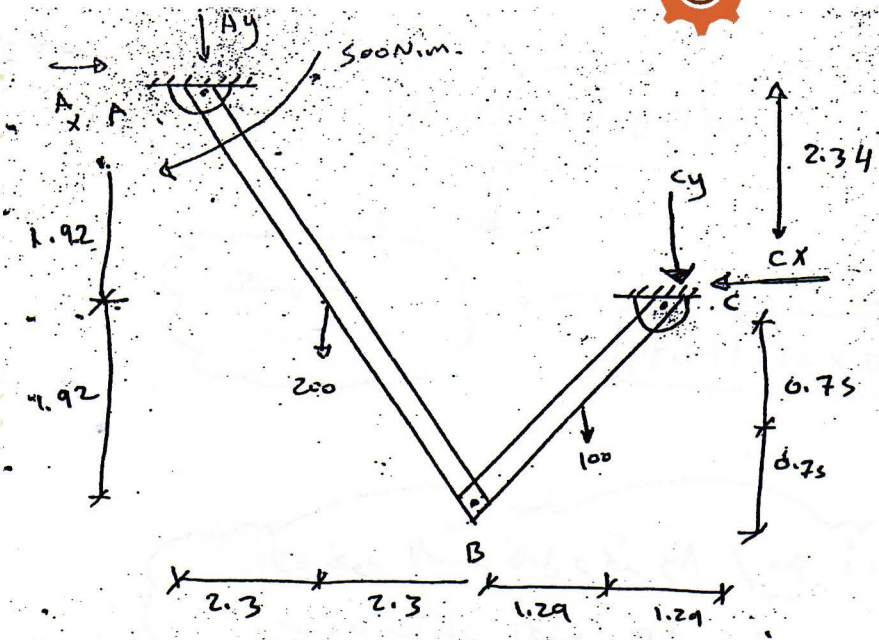
$\ell_2 = 3 \sin 40 = 1.92$

$\ell_3 = 1.5 \cos 30 = 1.29$

$\ell_4 = 1.5 \sin 30 = 0.75$

$\ell_5 = 2 * 1.92 - 2 * 0.75$

$\Rightarrow \ell_5 = 2.34$



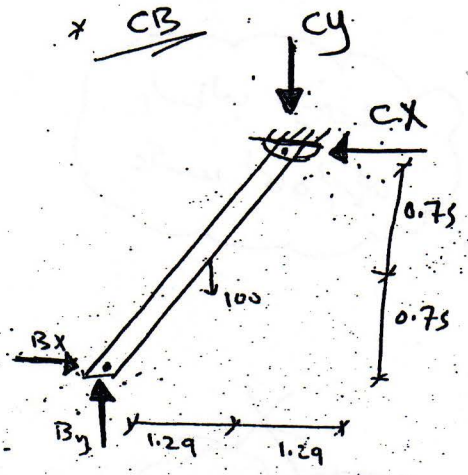
$\curvearrowleft + \Sigma M_A = 0$ ---- A B C

$500 + 200 * 2.3 + 100 * 5.89 + Cy * 7.18 + Cx * 2.34 = 0.$

$2.34\,Cx = 7.18\,Cy + 1549$

$\Rightarrow Cx = -3.12\,Cy - 661.96$ ---- (1)

* CB



$\circlearrowright \Sigma M_B = 0$

$Cy * 2.58 - Cx * 1.5 + 60 * 1.29 = 0$

$Cx = 1.72\,Cy + 86$ ---- (2)

عكس اتجاه الفرض

$\Rightarrow Cy = -151.71\,N$ & $Cx = -174.94\,N$

$\Sigma f_y = 0$

$\Rightarrow -(-151.71) - 100 + B_y = 0 \Rightarrow \boxed{B_y = \ominus 51.71}$

عكس لـ

$\Sigma f_x = 0$

$\Rightarrow -(-174.94) + B_x = 0 \Rightarrow \boxed{B_x = \ominus 174.94}$

ABC

الآن نعود للجسم كامل ونجد A_x / A_y أسهل من أن نأخذ الجزء AB ونجد A_y / A_x

⇐ نجرب توجد القيم لـ A_y / A_x بالطريقة الثانية

$\Sigma f_y = 0$

$\Rightarrow$

$-(-151.71) + -100 - 200 - A_y = 0$

$\Rightarrow \boxed{A_y = -148.29}$

السالب يعني: عكس اتجاه المفرض

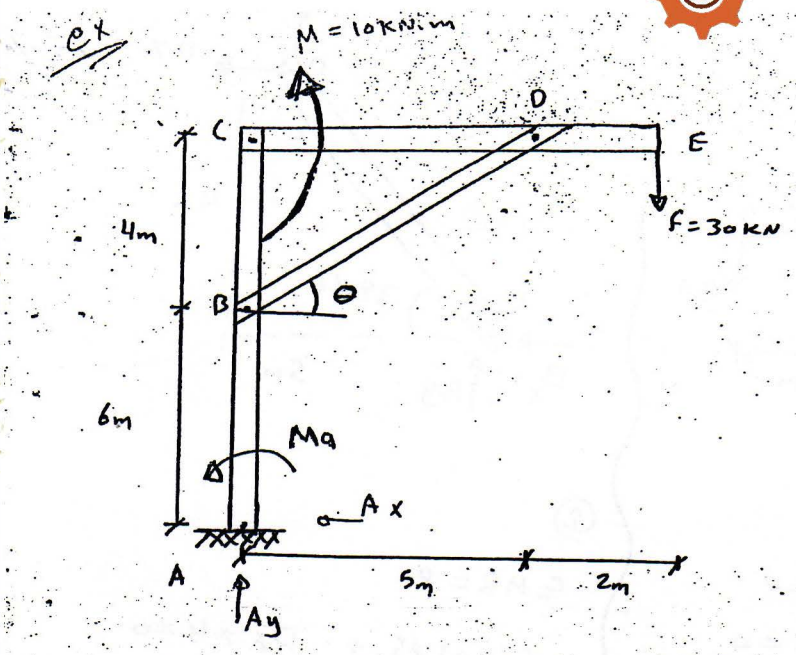
$\Sigma f_x = 0$

$-(-174.94) + A_x = 0$

$\Rightarrow \boxed{A_x = -174.94\ N}$

كل قيم ناتجة أصبحت معلومة

ex



$\theta = \tan^{-1}\frac{4}{5} = 38.66^\circ$

انتبه للركيزة هنا

Fixed

ABCDE

$\Sigma M_A = 0$

$\Rightarrow 30 * 7 - 10 - MA = 0 \Rightarrow \boxed{MA = 200\ KN.m}$

$\Sigma f_y = 0$

$\Rightarrow -30 + Ay = 0 \Rightarrow \boxed{Ay = 30\ KN}$

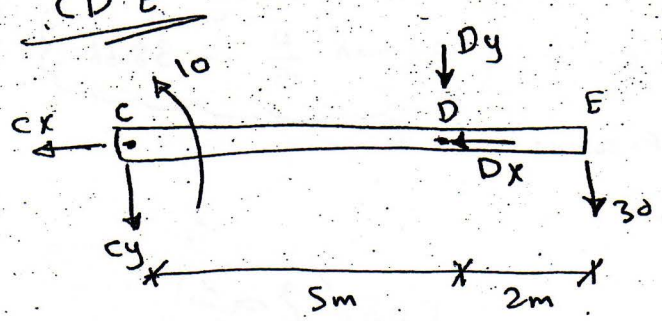
$\Sigma f_x = 0 \Rightarrow \boxed{Ax = 0}$

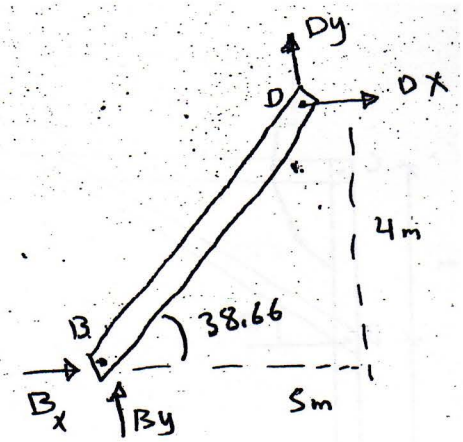
الان سوف نقوم بأخذ كل عنصر لوحده لنجد ردود الافعال الداخلية ...

انتبه

لاتنسى أن الفرض في العنصر الداخلي لاتجاه ردود الافعال. يجب أن يكون في عنصرين ويكون في العنصر الاول عكس العنصر الثاني ...

CD E





① $\sum M_C = 0$

$-10 + 30 * 7 + Dy * 5 = 0$

$\Rightarrow \boxed{Dy = -40\ kN}$

② $\sum M_B = 0$

$-(-40) * 5 + Dx * 4 = 0$

$\Rightarrow \boxed{Dx = -50\ kN}$

③ $\sum fy = 0$

$-30 - (-40) - Cy = 0$

$\Rightarrow \boxed{Cy = 10\ kN}$

④ $\sum fy = 0$

$+(-40) + By = 0$

$\Rightarrow \boxed{By = 40\ kN}$

⑤ $\sum fx = 0$

$-(-50) - Cx = 0$

$\Rightarrow \boxed{Cx = 50\ kN}$

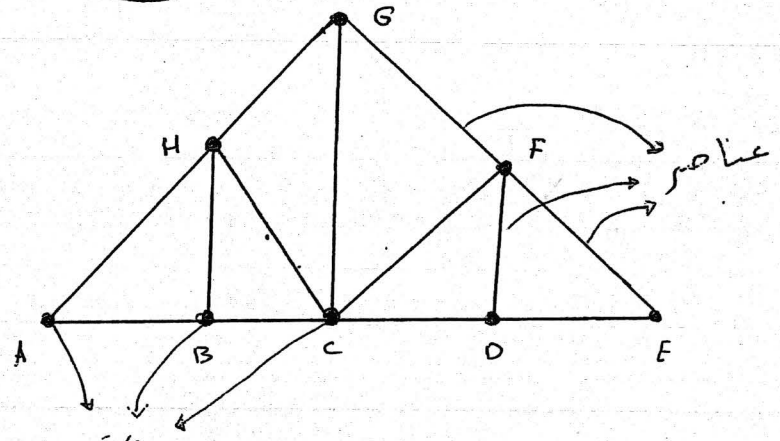
⑥ $\sum fx = 0$

$+(-50) + Bx = 0$

$\Rightarrow \boxed{Bx = 50\ kN}$

لاحظ : هنا أوجدنا جميع المجاهيل الداخلية فقط باستخدام عنصرين فقط

الجاملونات * Trusses



ملاحظات عامة :

* محاور عناصر الجاملون عبارة عن خطوط مستقيمة
* جميع عناصر الجاملون تلتقي مع بعضها البعض في نقط تسمى "العقد"
* القوى المؤثرة على الجاملون تؤثر عند المفاصل "العقد"
* جميع عناصر الجاملون تتعرض لقوى محورية شد أو ضغط
* جميع المساحات المشكلة بين عناصر الجاملون تأخذ شكل "مثلث"

* عناصر الجاملون :

① عناصر الحزام السفلي : AB / BC / CD / DE

② عناصر الحزام العلوي : EF / FG / GH / HA

③ عناصر الشبكة "الداخلية" : HB / HC / CG / CF / FD

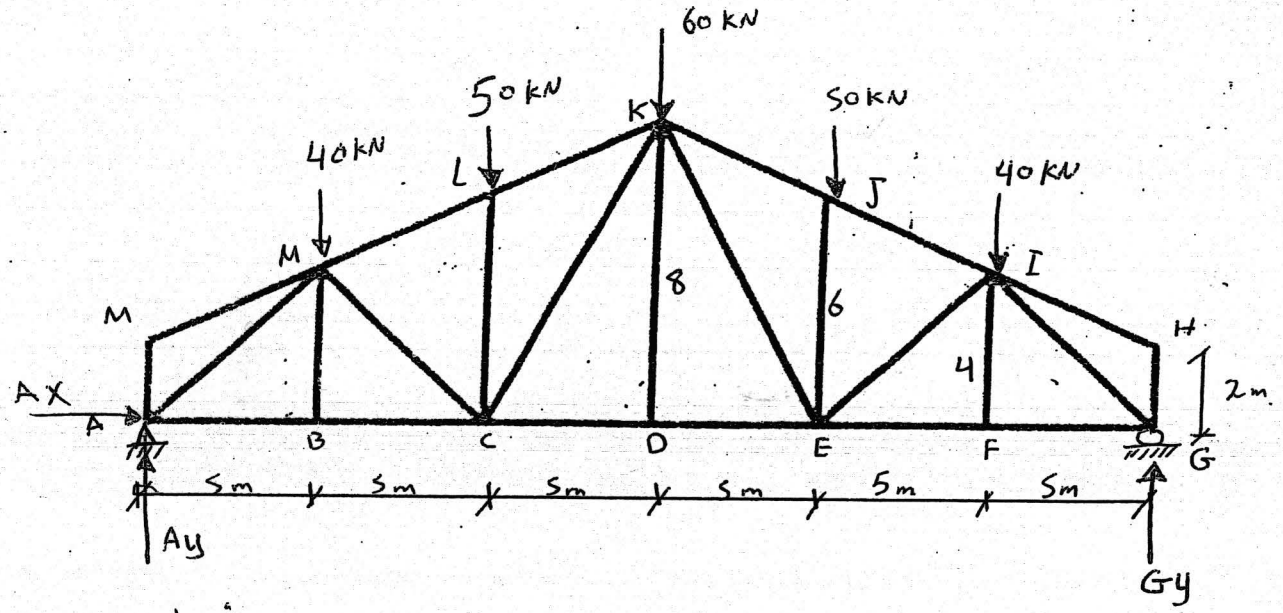
* يحل الجاملون بطريقتين :

① طريقة العقد " تحتاج إلى ايجاد زوايا وتحليل متجهات "

② طريقة القطع "سكشن" و هذه الطريقة تعتمد اعتماد كامل على ايجاد العزم حول نقطة

Ex

* أوجد القوى المحورية في الشكل التالي وحدد اذا كانت (C/T)



Sol:

* سيتم شرح آلية الحل عن طريق الحل ... ^_^

⇐ أولاً نقوم بإيجاد ردود الأفعال :

$+\circlearrowleft \Sigma M_A = 0$

$40*5 + 50*10 + 60*15 + 50*20 + 40*25 + -Gy*30 = 0$

$\Rightarrow \boxed{Gy = 120\ KN}$

$\downarrow \Sigma F_y = 0 \Rightarrow -40 - 50 - 60 - 50 - 40 + 120 + Ay = 0$

$\Rightarrow \boxed{Ay = 120\ KN}$

$\boxed{Ax = 0}$ ← لايوجد أي قوة على الـ x

لاحظ $Gy = Ay$ ⇐ اذا كان الجسم Symmetric فإن ردود الأفعال على الـ (Y_axis) يجب أن تكون متساوية ويمكن ايجادها عن طريق : مجموع القوى على Y_axis

⇐ شروط أن يكون الجسم ((symmetric)) :

يفضل أن يكون الجسم symmetric أي أنه لو تم قسم الجسم من المنتصف إلى نصفين فإن كلا الجزئين يجب أن يكونا متماثلين تماما في :

① نفس المسافات ② نفس القوى و الأحمال

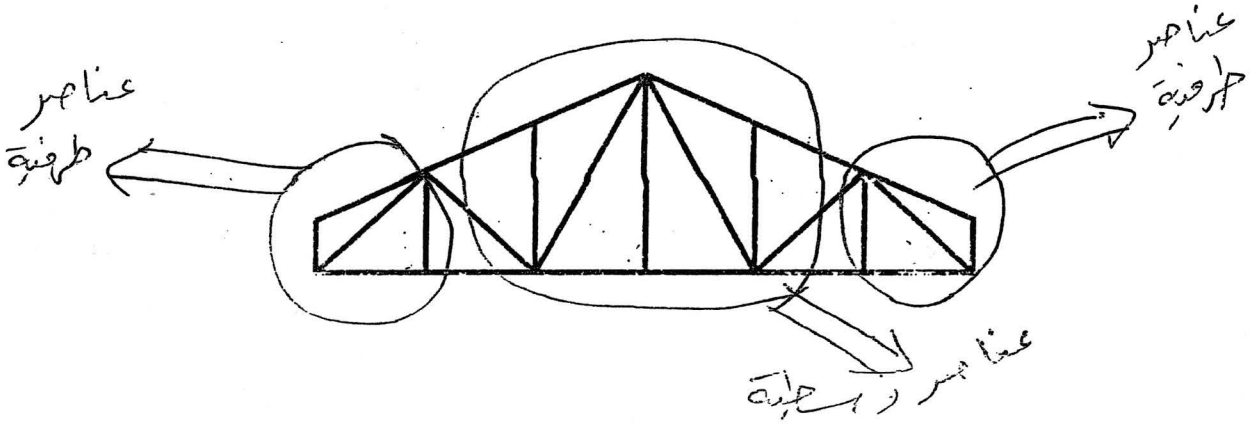
③ نفس عدد العناصر.

وإذا لم ينطبقه أي من الشروط التالية فإن الجسم يعتبر ((unsymmitric))

⇐ بما أن الجسم symmetric في هذا السؤال فإننا سوف نقوم بحل نصف الجسم ((الجاملون)) ويكون النصف الآخر مطابقه للنصف الأول .

⇐ من الأفضل في حل الجاملونات الدمج بين طريقة القطع وطريقة العقد لأن ذلك يسهل علينا في عملية الحل ...

وفي العادة نقوم باستخدام طريقة العقد في العناصر الطرفية وطريقة القطع في العناصر الوسطية



⇐ في بداية الحل نبدأ بالعناصر التي تحتوي على أقل عدد عناصر ...

⇐ أقل عقدة تحتوي على عناصر هي H / N تحتوي فقط على عنصرين ...

⇐ يوجد بعض العناصر تحل شفوياً " أي لها قواعد " دون الحاجة إلى حلها بالطرق السابقة " قطع / عقد ". ومن هذه العناصر. " GI / HI " ⇐ symmitric ولان الجاهلون " AN / NM "

* القاعدة الشفوية الاولى :
عنصرين يلتقيان في عقدة واحدة ولاتؤثر عليهم " أي قوة خارجية فإن كلا العنصرين " Zero member "

⇒ AN = zero member. ⟹ تماثل GH = Zero member.

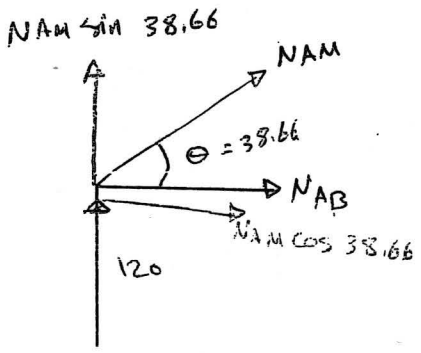
NM = Zero member ⟹ تماثل HI = Zero membe.

⇐ الآن ننتقل إلى العقدة " قبل أو بعد " حسب عدد العناصر .

العقدة A ⇐ عنصرين
" M ⇐ 4 عناصر

لاحظ لم نقم بحساب الـ Zero member بانه عنصر " يلتغي "

⇐ نأخذ العقدة A



$\theta = \tan^{-1}\frac{4}{5} = 38.66°$

$\Sigma fy = 0 \Rightarrow +NAM.\sin 38.66 + 120 = 0$

$\Rightarrow \boxed{NAM = -192.1\ KN\ (C)}$

$\Sigma fx = 0 \Rightarrow NAB + (-192.1 * \cos 38.66) = 0$

$\Rightarrow \boxed{NAB = 150\ KN\ (T)}$

$\boxed{NAB = NGF \ / \ NAM = NHI}$ تماثل

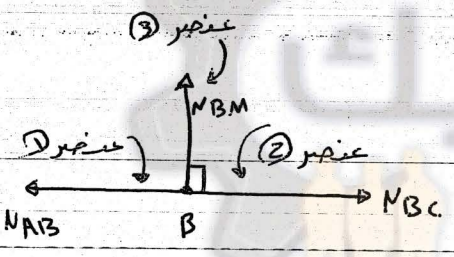
دائماً : T ⇒ (+) C ⇒ (−)

⇐ الان ننتقل إلى العقدة B ⇐ « اقل عدد عناصر ».

* العقدة B تحل شفوياً حسب القاعدة الثانية وهي :

* القاعدة الشفوية الثانية :

إذا التقى 3 عناصر في عقدة واحدة 2 منهم على استقامة واحدة والثالث عمودي عليهم ولا توثر عليهم أي قوة خارجية. « أي على العقدة » فإن العنصر الاول يساوي العنصر الثاني والثالث يكون zero member



NBC = NBA = 150 KN. (T)

NBM = zero member.

بسبب التماثل :

NFE = 150 KN

NFI = zero member

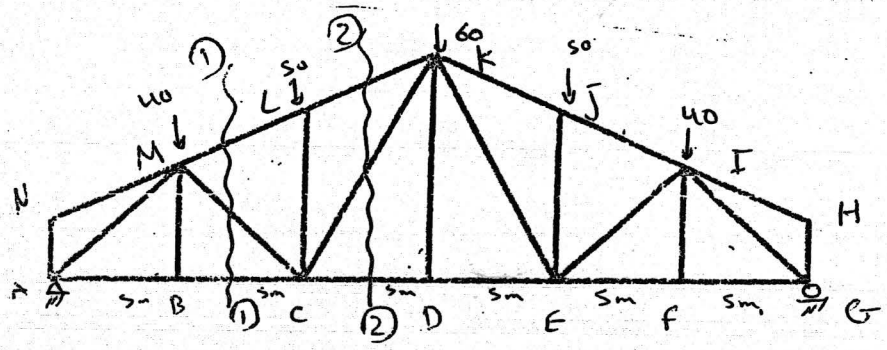
لاحظ

ملاحظة :

دائماً نحن نقوم بفرض القوة المحورية خارجة من العقدة أي أننا نقوم بفرضها (T) فإن كان الجواب (+) ⇐ فإن الفرض صحيح وتكون القوة المحورية في العنصر « شد (T) » وإن كان الجواب (−) ⇐ فإن الفرض يكون خاطئ وتكون القوة المحورية في العنصر « ضغط (C) ».

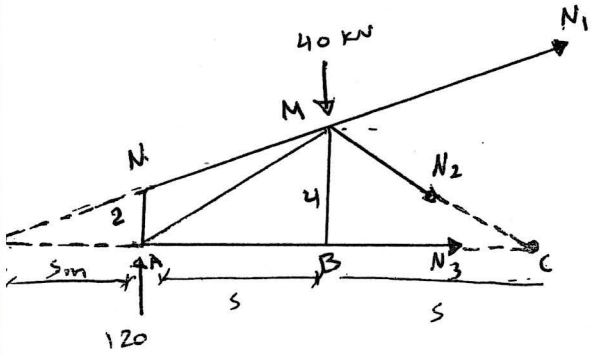
⇐ الآن ننتقل إلى العقدة ج "أقل عدد عناصر".

* في العقدة ج لاحظ عدد العناصر الموجودة فيها ج عناصر ولاحظ أن العناصر أصبحت هنا عناصر وسطية. لذلك سوف نستخدم طريقة القطع ...



الآن في طريقة القطع سوف نتعامل مع العزم بشكل أساسي في ايجاد القوى المحورية في العناصر المطلوبة كالتالي:

نقوم بأخذ القطع 1-1 "انظر الشكل في الأعلى" ونقوم باعادة رسم الجزء الأيسر من القطع كاملاً مع ضرورة وضع المسافات على الشكل ووضع جميع القوى الخارجية المؤثرة عليه



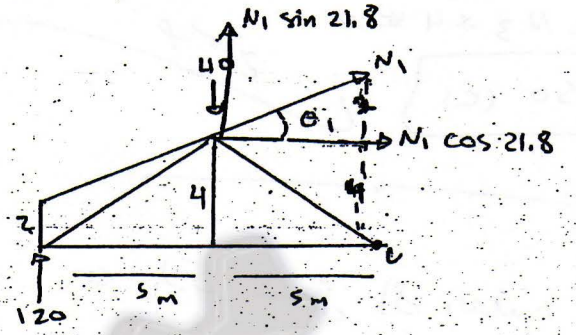
الآن لنجد N_1 نأخذ العزم عند نقطة يلتقي فيها تأثير N_3/N_2 أي نقطة التقاؤهما وهي ج

لايجاد N_2 ⇐ نقطة التقاء N_3/N_1 "النقطة الوهمية O"

لايجاد N_3 ⇐ نقطة التقاء N_2/N_1 "النقطة M"

* عندما نأخذ العزم في نقطة يلتقي بها مجهولين يبقى لدينا مجهول واحد فقط ويلتغي تأثير المجهولين الآخرين «من نظريات العزوم التي سابقة» فنجد قيمة هذا المجهول ونحدد إذا كان T / C حسب إشارة الناتج ... ←

⇐ $N_1 = N_{ML}$ «نأخذ العزم عند النقطة L»



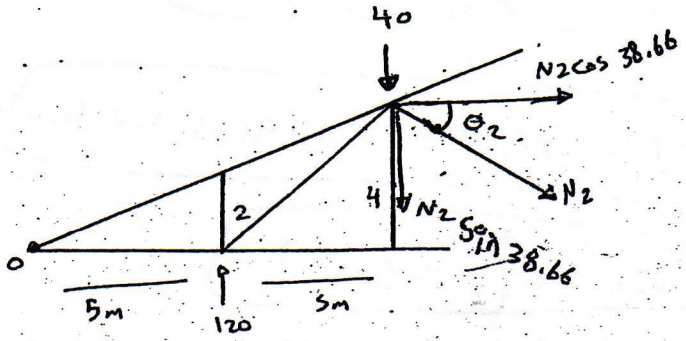
$\theta_1 = \tan^{-1}\frac{2}{5} = 21.8°$

$\circlearrowleft + \sum M_C = 0$

$N_1 \cos 21.8 * 4 + N_1 \sin 21.8 * 5 - 40 * 5 + 120 * 10 = 0$

$\Rightarrow N_1 = -179.51\ KN\ (C) = N_{ML} = N_{IJ}$

⇐ $N_{IE} = N_{MC} = N_2$ «نأخذ العزم عند النقطة الوهمية O»



$\theta_2 = \tan^{-1}\frac{4}{5} = 38.66°$

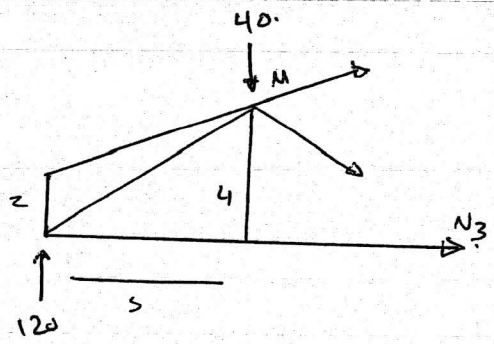
$\sum M_O = 0 \Rightarrow -120 * 5 + 40 * 10 + N_2 \sin 38.66 * 10 + N_2 \cos 38.66 * 4 = 0$

$\Rightarrow N_2 = +21.34\ KN\ (T)$

⇐ $N_{EF} = N_{BC} = N_3$ « نأخذ العزم عند النقطة M »

الأصل يطلع 150 KN (C)

تأكد !!



$\sum M_M = 0 \Rightarrow 120 * 5 - N_3 * 4 = 0$

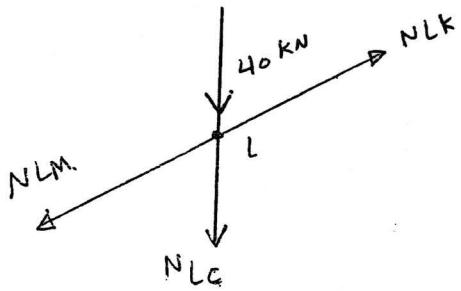
$\Rightarrow N_3 = 150$ (C)

صحيح

⇐ الآن ننتقل إلى العقدة L « نحل شفوياً »

* القاعدة الشفوية الثالثة :

اذا التقى 3 عناصر في عقدة واحدة 2 منهم على استقامة واحدة وأثرت عليهم قوة خارجية « على العقدة » فإن العنصر الاول يساوي الثاني والثالث يساوي قيمة القوة الخارجية



$N_{LK} = N_{LM} = -179.51$ KN (C)

$N_{LC} = -40$ KN (T)

* ليش سالب ؟؟

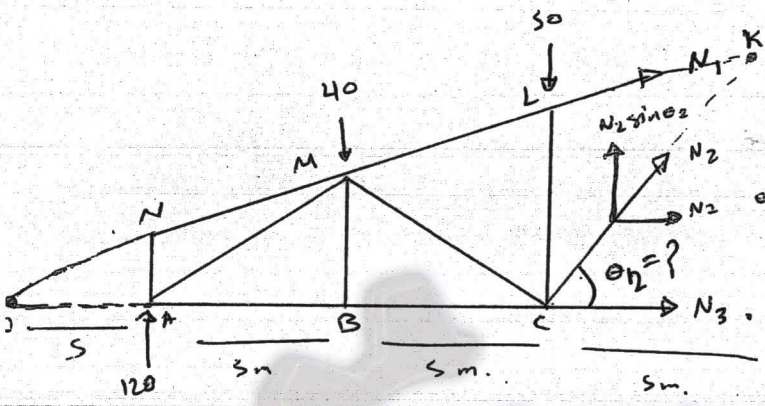
هذا وفق بتعرف ليش ^^

⇐ الان لاحظ بقي لدينا 3 عناصر مجهولة فقط وهي :

NCB / NCD / NDK

② سكشن ② قاعدة سفلية

نأخذ السكشن 2-2 :



N_1 = تم ايجادها

N_2 ⇒ عزم عند O

N_3 ⇒ عزم عند K

N_2

$\theta_2 = \tan^{-1}\frac{8}{5} = 58°$

$\Sigma M_O = 0$

$-120*5 + 40*10 + 50*15$

$-N_2 \sin 58 * 15 = 0$

$N_2 = 43.27$ KN (T)

N_3

$\Sigma M_K = 0$

$-50*5 - 40*10 + 120*15$

$- N_3 * 8 = 0$

$\Rightarrow N_3 = 143.75$ (T)

" " "

العنصر NDK ⇐ على القاعدة السفلية مباشرة

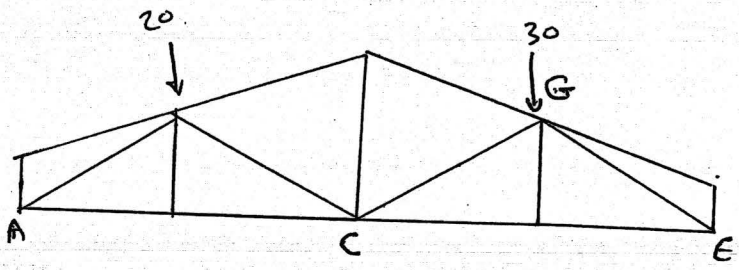
عناصر على استقامة واحدة ⇐ NDE = NCD

N.DK = Zero member.

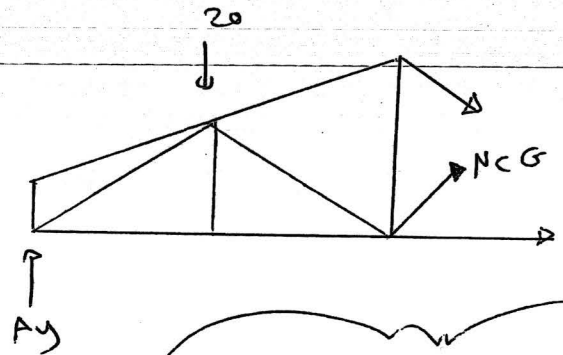
* ملاحظات عامة :

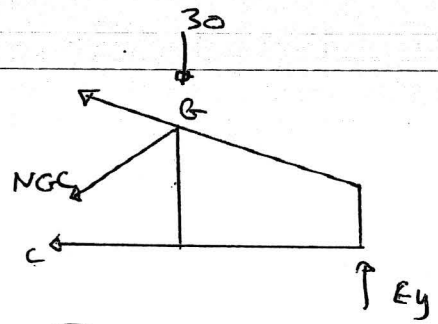
1) في الجاملون السابقه كان «symmetric» لذلك قسنا بحل نصف الجاملون والنصف الآخر يكون مطابقه تماماً للأول.

اما اذا كان الجاملون « unsemmetric » فيجب أن نحل الجاملون كاملاً ولكن لتسهيل الحل ... اذا كان العنصر المطلوب في النصف الآخر نقوم بحل العنصر من النصف الآخر والاجابة يجب أن تكون مطابقه في حال أخذناها من النصف الأول



* المطلوب NcG = ؟





في هذه الحاله يجب أن تكون

$N_{CG} = N_{GC}$ متجهة

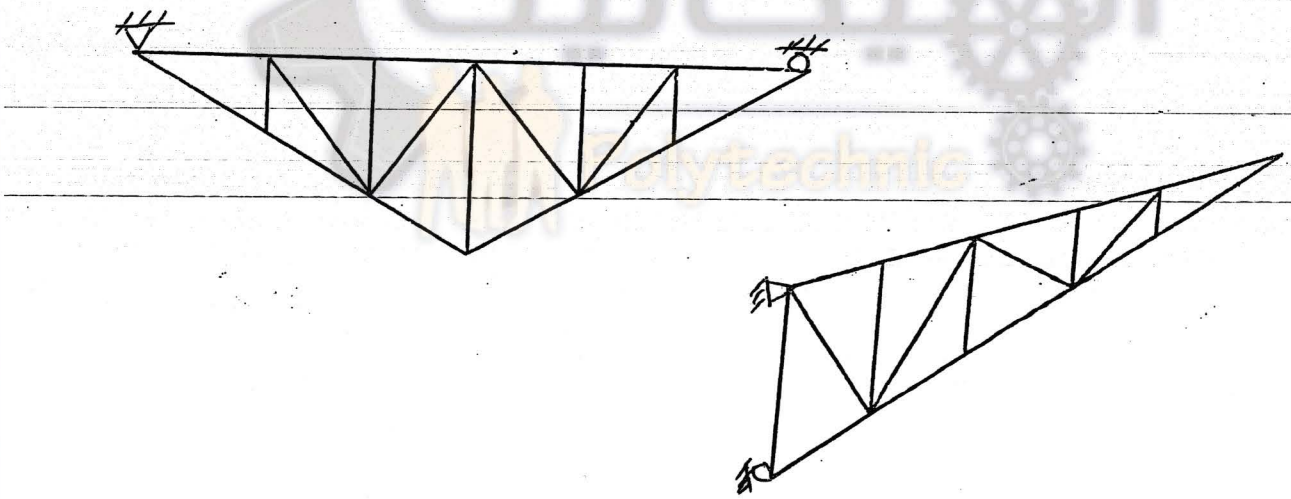
② في طريقة السكشن "القطع" :

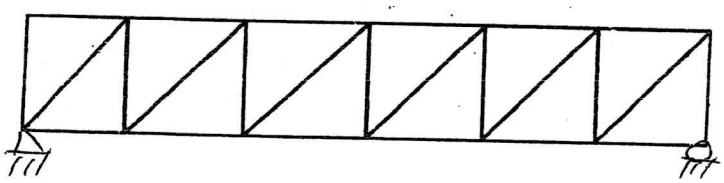
أي مقطع أجب أن يحتوي على 3 مجاهيل وأن لا يمكن أن تلتقي جميع المجاهيل في نقطة واحدة .

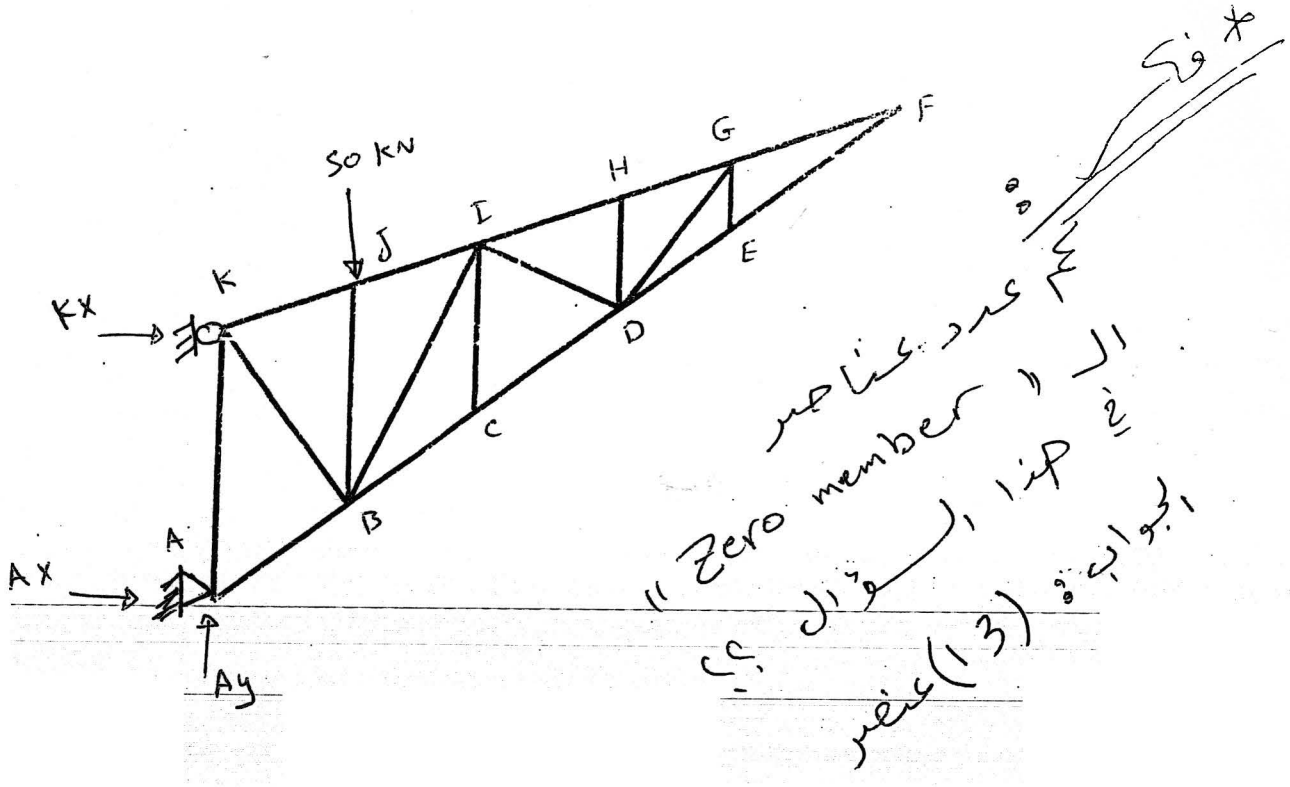
③ لاحظ الاجابات التي نتجت لدينا أثناء الحل :

⇐ عناصر الحزام العلوي " C " وبأرقام كبيرة .
⇐ عناصر الحزام السفلي " T " وبأرقام كبيرة .
⇐ عناصر الشبكة " C / T " ولكن بأرقام بسيطة .

④ لا يوجد شكل معين للجاملونات ومن هذه الأشكال :







* وفي
عدد عناصر
الـ " Zero member "
في هذا السؤال
الجواب: (3) عناصر

0789434018
Mech.MuslimEngineer.Net
MechFet
FB.com/Groups/Mid.Group

* تلخيص شابتر "مراكز الهندسية" السترويد !!

* لإيجاد المركز الهندسي لأي شكل موجود نقوم بتقسيمه إلى أقل عدد ممكن من المساحات بشرط أن تكون هذه المساحات يمكن إيجاد المركز الهندسي لها عن طريق القوانين اللاحقة .

* كل منطقة مظللة نقوم بتعويضها موجب وكل منطقة مفرغة نقوم بتعويضها سالبة .

" تخيل واجهة بيت الحيطان ⇐ مظللة ⇐ (+)
الشبابيك ⇐ مفرغة ⇐ (−) "

* يتم ايجاد احداثيات المركز الهندسي للشكل عن طريق القوانين التالية :

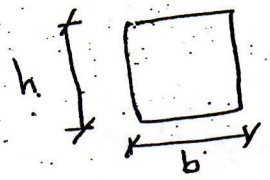
$$\bar{x} = \frac{A_1 x_1 + A_2 x_2 + A_3 x_3 + \cdots}{A_{tot}}$$

$$\bar{y} = \frac{A_1 y_1 + A_2 y_2 + A_3 y_3 + \cdots}{A_{tot}}$$

* القوانين اللي فوق واللي ورا حفظ / بصم / ... كيفه ؟! انت مر ... برشم ... ابصم ... انت مر !!

السنترويد

المربع والمستطيل

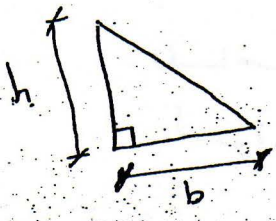


$A = b * h$

$x' = b/2$

$y' = h/2$

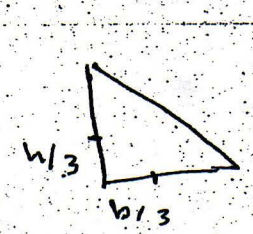
المثلث

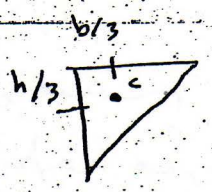


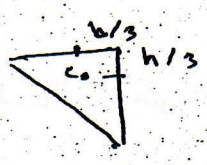
$A = 0.5\ b\ h$

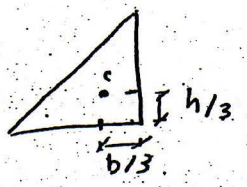
$x' = b/3$ $\quad y' = h/3$

من الزاوية القائمة



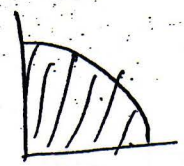






الدائرة

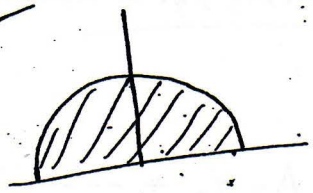
ربع الدائرة



$A = \frac{\pi r^2}{4}$

$x' = y' = \frac{4r}{3\pi}$

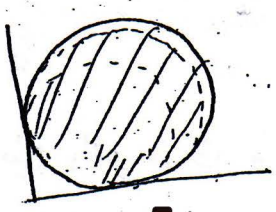
نصف الدائرة



$A = \frac{\pi r^2}{2}$

$x' = 0$ $\quad y' = \frac{4r}{3\pi}$

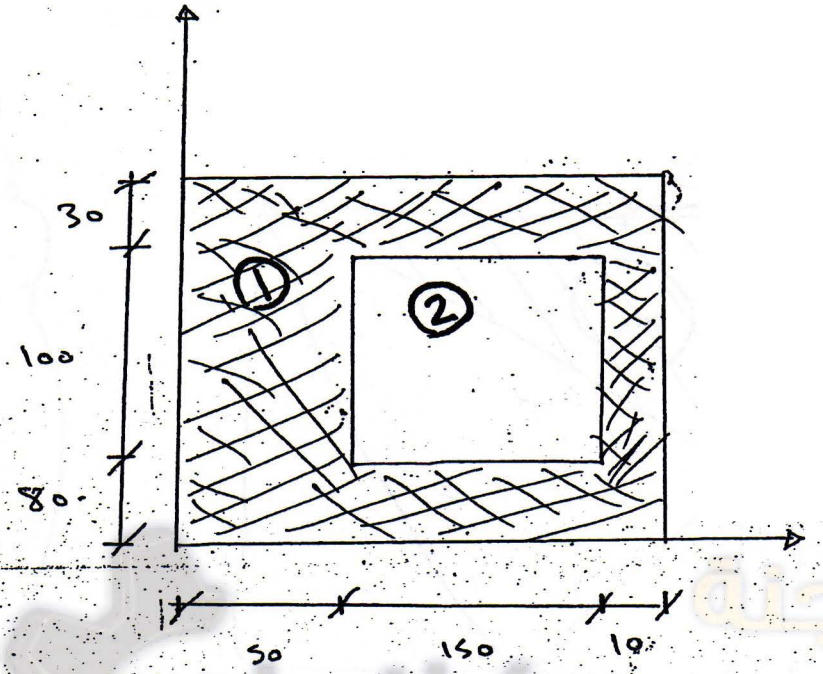
الدائرة



$A = \pi r^2$

$x' = y' = r$

ex



Area ① * نقوم بتعويضها ⊕ "المنطقة المظللة"

$A_1 = 210 * 210 = 44100\ mm^2$

$\bar{x}_1 = b/2 = 210/2 = 105\ mm$

$\bar{y}_1 = h/2 = 210/2 = 105\ mm.$

Area ② * نقوم بتعويضها ⊖ "المنطقة المفرغة"

$A_2 = -150 * 100 = -15000\ mm^2$

$\bar{x}_2 = b/2 = 150/2 = 75 + 50 = \boxed{105}$

بالنسبة للنقطة (0,0)

$\bar{y}_2 = h/2 = 100/2 = 50 + 80 = \boxed{130}$

$$\bar{X} = \frac{A_1 * X_1' + A_2 * X_2'}{A_{tot}}$$

$$X' = \frac{44100 * 105 - 15000 * 125}{44100 - 15000}$$

$$X' = 94.69 \text{ mm}$$

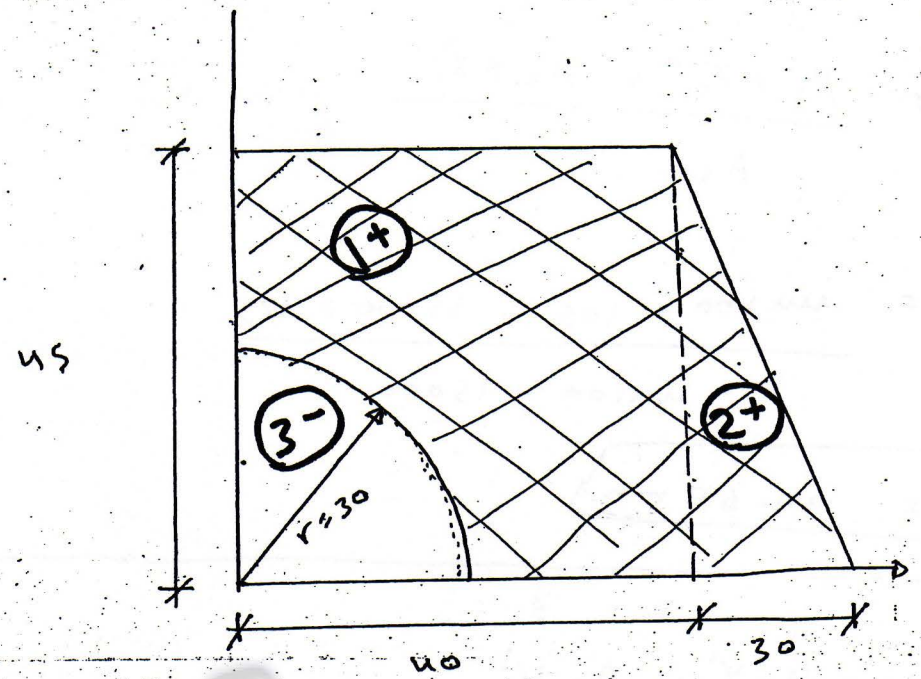
$$\bar{Y} = \frac{A_1 Y_1' + A_2 Y_2'}{A_{tot}}$$

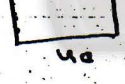
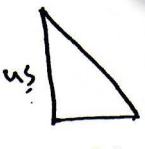
$$Y' = \frac{44100 * 105 - 15000 * 130}{44100 - 15000}$$

$$Y' = 92.113 \text{ mm}$$

$$C = (94.69 ; 92.113)$$

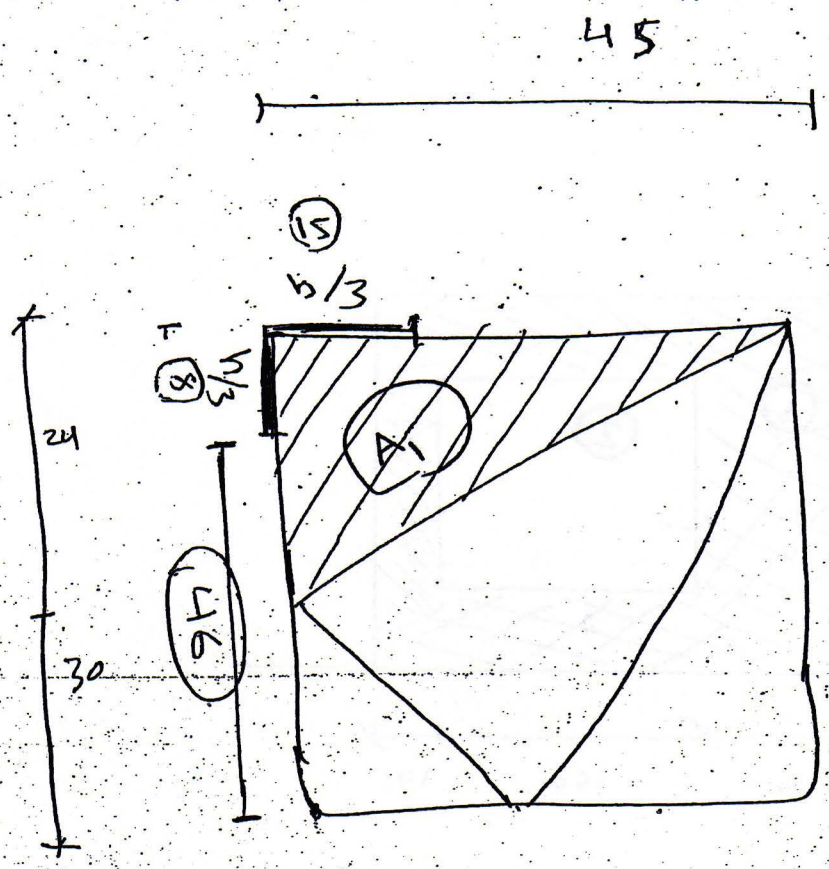
ex



No	Veiw	Ai	Xi	yi	XiAi	YiAi
①		1800	x_1 20	y_1 22.5	$x_1 A_1$ 36000	40500
②		675	10+40 = 50	15	$x_2 A_2$ 33750	$y_2 A_2$ 10125
③		$-\frac{\pi r^2}{4}$ -706.8	$\frac{4r}{3\pi}$ 12.73	$\frac{4r}{3\pi}$ 12.73	-8999.26	-8999.26
		1768.2			60750.7	41625.74

$$x' = \frac{\Sigma X_i A_i}{A_{tot}} = \frac{60750.7}{1768.2} = \boxed{34.36\ mm}$$

$$y' = \frac{\Sigma Y_i A_i}{A_{tot}} = \frac{41625.74}{1768.2} = \boxed{23.541\ mm}$$



من الزاوية اليمنى

$$x' = \overbrace{b/3} = 45/3 = \boxed{15}$$

$$y' = h/3 = 24/3 = \boxed{8}$$

بس هاي المسافة من الزاوية اليمنى لمستويد المثلث

أنا المسافة اللي بدي ياها من نقطة الصفر إلى مستويد المثلث

$$54 - 8 = \boxed{46 = y'}$$

لتوضيح فكرة المستويد أخذنا مثال [A1] (مثلث لحاله)

* تلخيص شابتر "عزم القصور الذاتي"

* وحدة عزم القصور الذاتي = (وحدة الطول)^4

* في هذا الشابتر سوف نقوم بايجاد عزم القصور الذاتي على المحاور الرئيسية (X / Y) بالاضافة الى المحاور الوهمية التخيلية والتي تكون موجودة في المركز الهندسي للشكل ($\bar{x}$ و $\bar{y}$).

* في هذا الشابتر سوف نعتمد اعتماداً كلياً على المراكز الهندسية للاشكال. هي الخطوة الاولى في الحل.

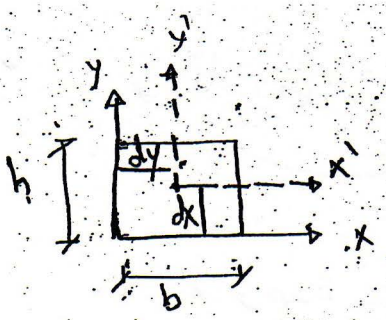
* سوف نقوم باستخدام قانون يسمى قانون نقل المحاور وهو قانون يسهل علينا ايجاد عزم القصور الذاتي على محور بناءً على المحور المناظر له وهو كما يلي :

⇐ عزم القصور الذاتي حول محور لا يمر بالمركز الهندسي يساوي :

عزم القصور الذاتي حول المحور المناظر له والذي يمر بالمركز الهندسي + (مربع المسافة العمودية بين المحورين * المساحة)

$$I_x = I_{x'} + dx^2 A$$

$$I_y = I_{y'} + dy^2 . A$$



$$I_x = \frac{b h^3}{3}$$

$$I_y = \frac{h b^3}{3}$$

المربع

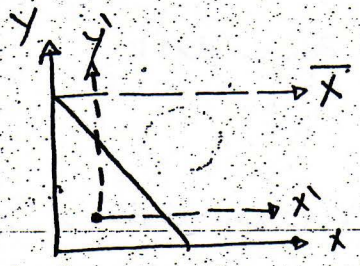
+

المستطيل

$$I_{x'} = \frac{b h^3}{12} \qquad I_{y'} = \frac{h b^3}{12}$$

لاحظ الطول المناسب للمحور المراد ايجاد العزم عنده يكون هو كما هو ($x \leftarrow b$ / $y \leftarrow h$) لكن الطول الاخر يكون تكعيب ($x \leftarrow h^3$ / $y \leftarrow b^3$).

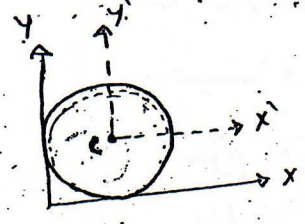
المثلث



$$I_x = \frac{b h^3}{12} \qquad I_y = \frac{h b^3}{12}$$

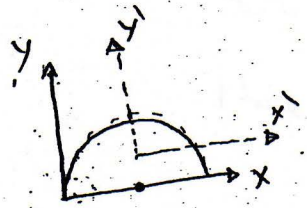
$$I_{x'} = \frac{b h^3}{36} \qquad I_{y'} = \frac{h b^3}{36}$$

$$I_{\bar{x}} = \frac{b h^3}{4}$$



$$I_{x'} = I_{y'} = \frac{r^4 \pi}{4}$$

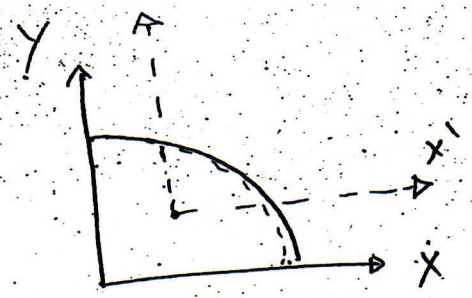
$$I_x = I_y = 1.25 \pi r^4$$



$$I_x = I_{y'} = \frac{r^4 \pi}{8}$$

$$I_y = 0.625 \pi r^4$$

$$I_{x'} = 0.111 r^4$$

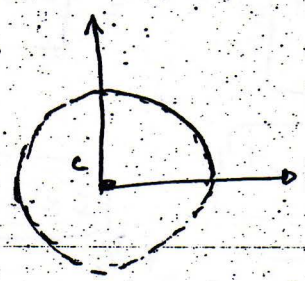


$$I_x = I_y = \frac{r^4 \pi}{16}$$

$$I_{x'} = I_{y'} = 0.055 r^4$$

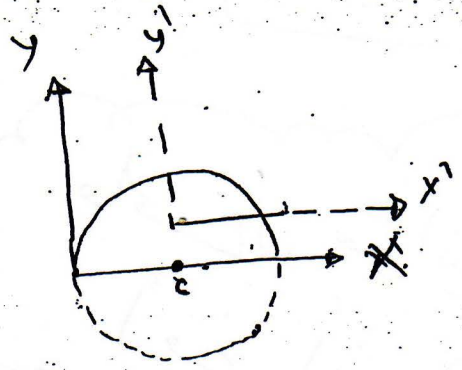
* لاحظ في الدائرة / نصف الدائرة / ربع الدائرة:

أن المحاور التي تمر في مركز الدائرة الأصلية "على فرض أنها كاملة" يكون عزم القصور الذاتي لها متساوي.



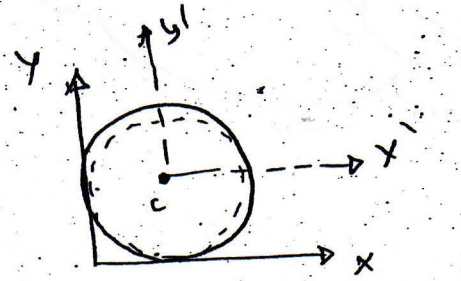
$$I_x = I_y = \frac{r^4 \pi}{16}$$

لاحظ العلاقة



المحور Y / X يمران بمركز الدائرة

$$I_x = I_{y'} = \frac{r^4 \pi}{8}$$



$$I_{x'} = I_{y'} = \frac{r^4 \pi}{16}$$

مستطيل + مثلث

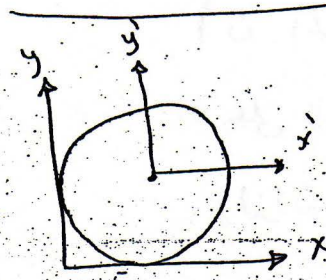
$I_x = \frac{bh^3}{3}$ $\quad I_{x'} = \frac{bh^3}{12}$

$I_y = \frac{hb^3}{3}$ $\quad I_{y'} = \frac{hb^3}{12}$

مثلث

$I_x = \frac{bh^3}{12}$ $\quad I_{x'} = \frac{bh^3}{36}$

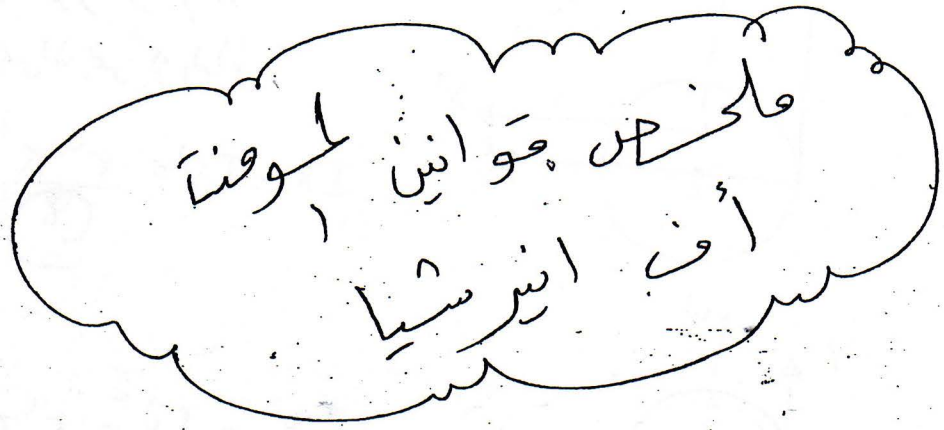
$I_y = \frac{hb^3}{12}$ $\quad I_{y'} = \frac{hb^3}{36}$



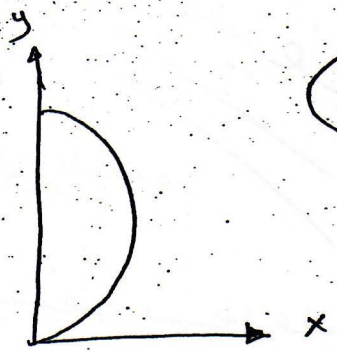
$I_{x'} = I_{y'} = \frac{\pi r^4}{4}$ $\quad \times 2 \rightarrow$ $I_x = I_{y'} = \frac{\pi r^4}{8}$ $\quad \times \frac{1}{2} \rightarrow$ $I_x = I_y = \frac{\pi r^4}{16}$

$I_x = I_y = 1.25\pi r^4$ $\quad \times 2 \rightarrow$ $I_y = 0.625\,\pi r^4$ $\quad \times \frac{1}{2} \rightarrow$ $I_{x'} = I_{y'} = 0.055\,r^4$

$I_{x'} = 0.111\,r^4$



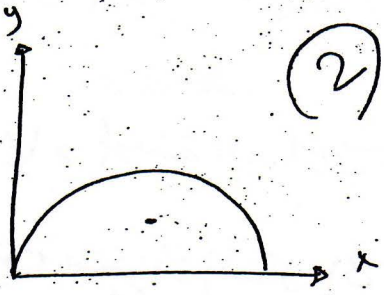
بعض الحالات الخاصة من نصف الدائرة في الستاتيكا



(1)

$x' = 4r/3\pi$

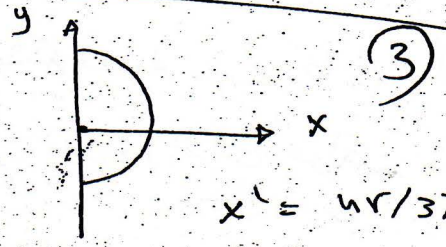
$y' = r$



(2)

$x' = r$

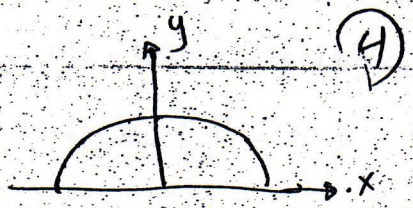
$y' = 4r/3\pi$



(3)

$x' = 4r/3\pi$

$y' = 0$



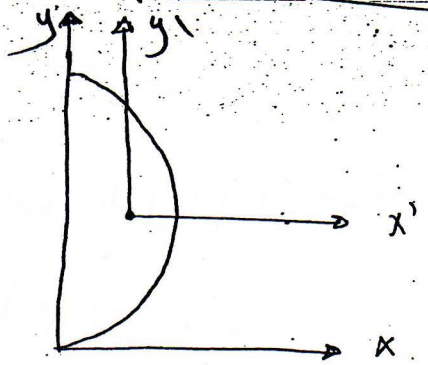
(4)

$x' = 0$

$y' = 4r/3\pi$

(1)

* حالات خاصة من نصف الدائرة بالنسبة أن افرستيا *

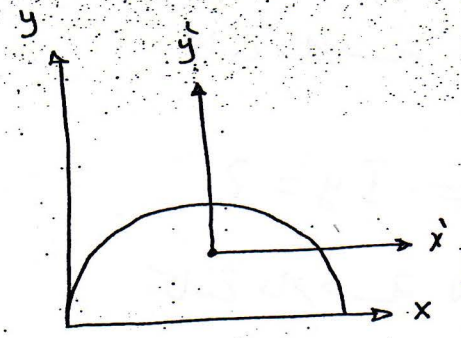


$I_y = I_{x'} = \frac{\pi r^4}{8}$

$I_x = 0.625\,\pi r^4$

$I_{y'} = 0.111\,r^4$

(2)



$I_x = I_{y'} = \frac{\pi r^4}{8}$

$I_y = 0.625\,\pi r^4$

$I_{x'} = 0.111\,r^4$

كيف؟؟

* لايجاد الموصنة اف انيرشيا :

لا يجاد الموصنة اف انيرشيا حول المحور المطلوب

نقوم بتجزأة الشكل إلى أشكال بسيطة يسهل علينا التعامل معها

" مربع , مستطيل , مثلث , ربع دائرة , ---- "

ونقوم بايجاد السنتروييد كخطوة اولى في الحل ...

بعد ذلك نقوم بفحص كل جزء " شكل بسيط " ونرى إذا كان

ملامساً للمحور الذي نريد ايجاد عزم القصور الذاتي حوله

أي :

مثلاً : $I_x = ?$ ⇐ نقوم بفحص الـ [b] لكل شكل إذا

كانت ملامسة للمحور $\underline{x}$ أم لا ...

$I_y = ?$ ⇐ نقوم بفحص الـ [h] لكل شكل إذا

كانت ملامسة للمحور $\underline{y}$ أم لا ...

⇐ الآن :

اذا كانت $\underline{b}$ ملامسة لمحور $\underline{x}$ نقوم بتعويض

I_x الخاصة بالشكل من القوانين العادية ...

$I_{x_{مربع}} = \frac{bh^3}{3}$ $\qquad$ $I_{x_{مثلث}} = \frac{bh^3}{12}$

وهكذا ...

أما إذا كانت الـ b الخاصة بالشكل الجزئي غير ملاصقة :

في هذه الحالة سوف نقوم باستخدام قانون [نقل المحاور]

$$I_x = I_{x'} + dx^2 * A$$

قانون نقل المحاور

I_x مجهولة

$I_{x'}$ نقوم بتعويض [$I_{x'}$] الخاصة بالشكل الجزئي

$\frac{bh^3}{12}$ = $I_{x'}$ مربع

$\frac{bh^3}{36}$ = $I_{x'}$ مثلث

A هي مساحة الشكل الجزئي

dx : هي المسافة بين محاور x [يعني المسافة بين محور [x] ومحور [x'] الخاصة بالشكل الجزئي]

أي أن dx هي عبارة عن y الخاصة بالشكل الجزئي

⇐ اذا كان المطلوب I_y بنفس الخطوات ولكن نقوم بفحص h لكل شكل ويصبح القانون :

$$I_y = I_{y'} + dy^2 * A$$

dy^2 ← $(x')^2$

⇐ نقوم بفحص جميع العناصر بالطريقة السابقة ونجد قيمة $[I_x \cdot / I_y]$ ⇐ حسب المطلوب

$$I_x = I_{x_1} + I_{x_2} + I_{x_3} + \text{- - - - - -}$$

$$I_y = I_{y_1} + I_{y_2} + I_{y_3} + \text{- - - - - - -}$$

[الى عدد الاشكال الجزئية]

⇐ الان نقوم بايجاد $I_{x'} / I_{y'}$ وذلك يكون باستخدام قانون نقل المحاور :

$$I_x = I_{x'} + dx^2 * A$$

$$I_y = I_{y'} + dy^2 * A$$

* I_x / I_y : قمنا بايجاد قيمتها ...

* $I_{x'} / I_{y'}$: المطلوب ...

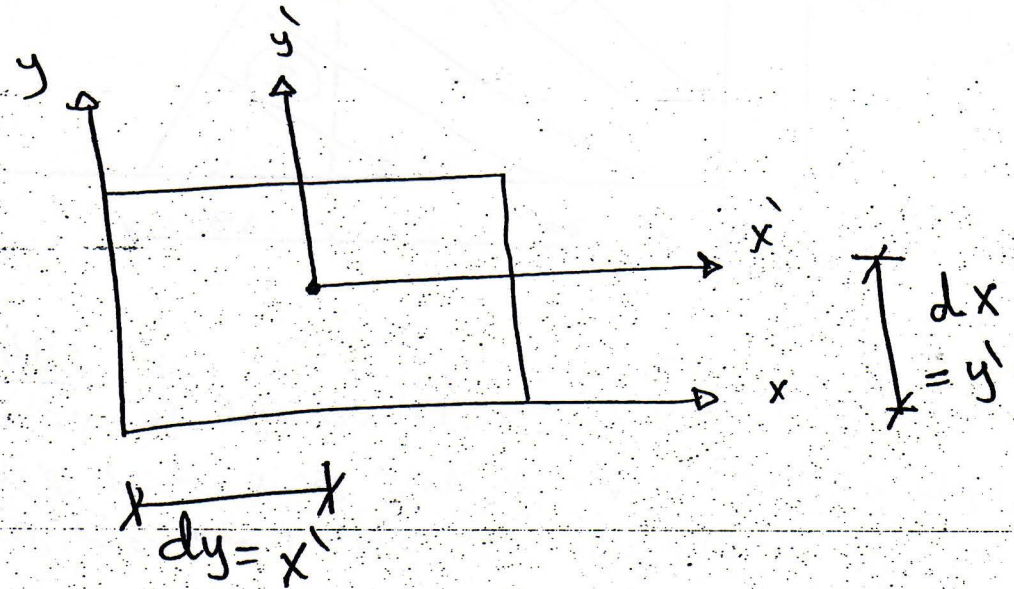
* dx / dy : هي x' / y' الخاصة بالشكل كامل أي هي قيم x' / y' التي قمنا بايجادها في بداية السؤال من قوانين التمرويد

* A : هي مساحة الشكل كامل وليس الشكل الجزئي

* ملاحظة هامة جداً:

$dx = y'$ ⇐ المسافة بين محاور $\overline{\overline{X}}$

$dy = x'$ ⇐ المسافة بين محاور $\overline{\overline{y}}$



* عندما نقوم بإيجاد I_x / I_y نستخدم قانون نقل المحاور [الجزئي] أي أن المدخلات تكون الخاصة بالشكل الجزئي ...

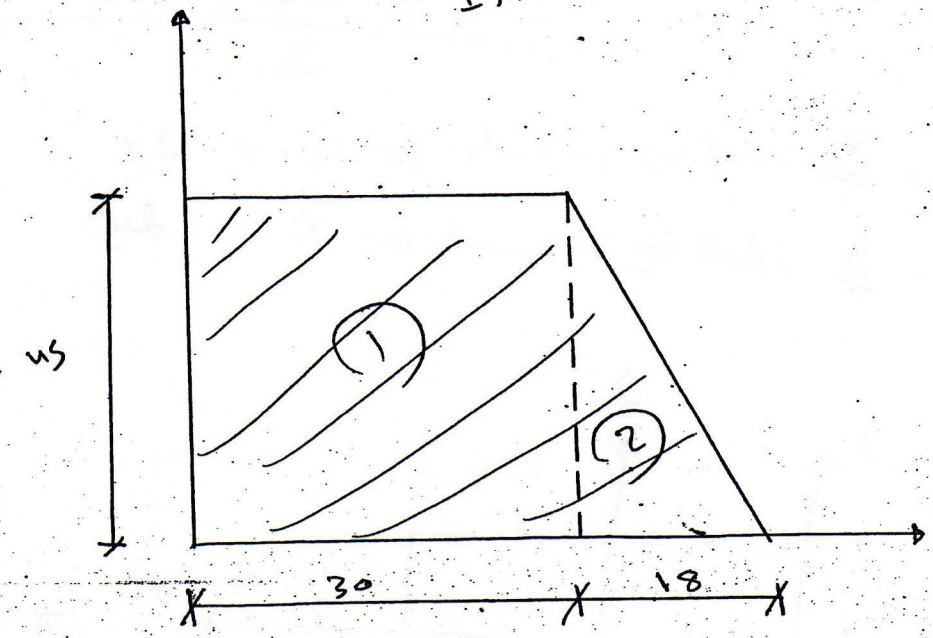
ولكن عندما نجد $I_{y'}$ / $I_{x'}$ نستخدم نفس القانون ولكن المدخلات تكون للشكل كامل

مثال بسيط لتوضيح الفكرة بشكل أفضل ⇒

ex

$I_x = ?$ $I_y = ?$

$I_{x'} = ?$ $I_{y'} = ?$



* آلية الحل :

سنقوم بإيجاد العزم حول المحاور (x / y) وذلك بعد إيجاد المركز الهندسي للشكل كاملاً ثم بعد ذلك بإستخدام قانون نقل المحاور نقوم بإيجاد العزم حول المحاور ($\bar{x}$ / $\bar{y}$) .

$A_1 = 30 \times 45 = 1350$ $\Rightarrow x_1 = 15$ $\Rightarrow y_1 = 22.5$

$A_2 = 0.5 \times 45 \times 18 = 405$ $\Rightarrow x_2' = 30 + 6 = 36$

$y_2' = 15$

$$x' = \frac{A_1 x_1 + A_2 x_2}{A_{tot}} = 19.85$$

$$y' = \frac{A_1 y_1 + A_2 y_2}{A_{tot}} = 20.77$$

$$I_x = \frac{b h^3}{3} + \frac{b h^3}{12}$$

$$= \frac{30 * 45^3}{3} + \frac{18 * 45^3}{12} = 1047937.5\ mm^4$$

باستخدام قانون نقل المحاور

$$I_{x'} = I_x - d_x^2 . A_{tot}$$

d_x للشكل كامل

$$\Rightarrow I_{x'} = 1047937.5 - 20.77^2 * 1755$$

$$\Rightarrow \boxed{I_{x'} = 20899.04\ mm^4}$$

$$I_y = \frac{h b^3}{3} + \left[\frac{h b^3}{36} + d_{2y}^2 * A_2\right]$$

$\frac{hb^3}{3}$: مربع h ملامس لمحور y

$\frac{hb^3}{36}$: I_y مثلث

d_{2y}: x' مثلث

A_2: مثلث

لأن المثلث غير ملامس لمحور y

استخدمنا قانون نقل المحاور

$$\frac{45 * 30^3}{3} + \left[\frac{45 * 18^3}{36} + (36^2 * 0.5 * 18 * 45)\right]$$

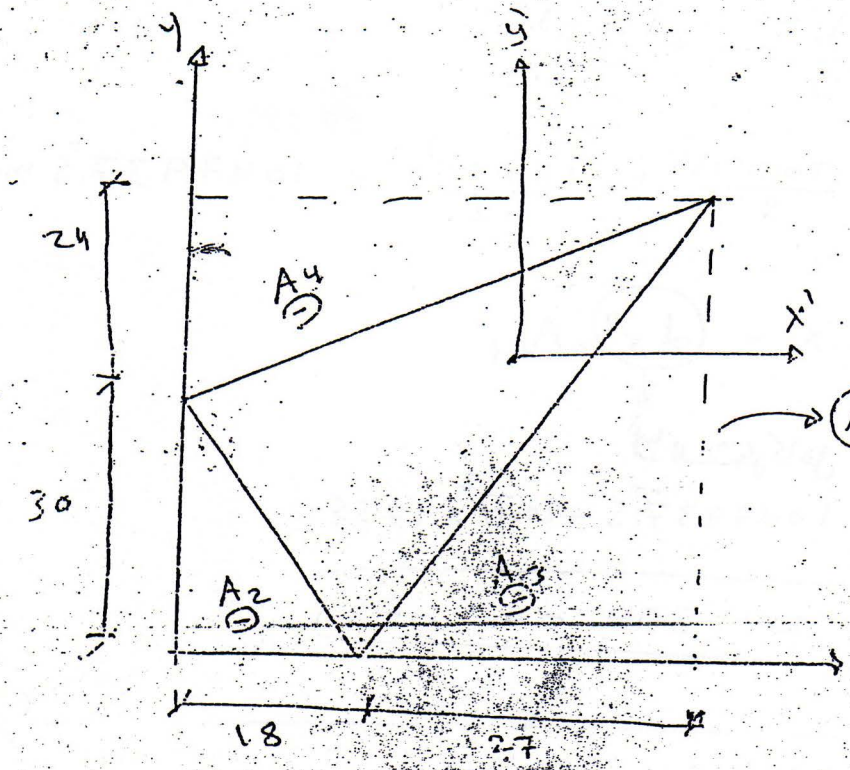
$$\Rightarrow I_y = 38267802000\ mm^4$$

x' للشكل كامل

$$I_{y'} = I_y - d_{y\,tot}^2 * A_{tot}$$

$$I_y - 19.85^2 * 1755$$

$$\Rightarrow \boxed{I_{y'} = 38208891\ mm^4}$$



Find
$I_x = ?$
$I_{x'} = ?$
$I_y = ?$
$I_{y'} = ?$

A_1 → المربع كامل (+)

$A_{tot} = 891$

$x' = 21$ $\quad y' = 28$

$$I_x = \frac{bh^3}{3} - \frac{b_2 h_2^3}{12} - \frac{b_3 h_3^3}{12} - \left(\frac{b_4 h_4^3}{36} + d_x^2 \times A_4\right)$$

حنا بستزيد بالنسبة لـ y الى محور الـ x

$$\frac{45 \times 54^3}{3} + \frac{18 \times 30^3}{12} - \frac{27 \times 54^3}{12} - \left(\frac{45 \times 24^3}{36} + \cdots^2 \times 540\right)$$

$$I_x = 807246 \ldots \ mm^4$$

$$I_{x'} = I_x - d_x^2 A_{tot}$$
$$= 807246 - 28^2 \times 891$$
$$= \ldots \quad I_{x'} = 108702$$

$$I_y = \frac{b_1^3 h_1}{3} - \frac{b_2^3 h_2}{12} - \left(\frac{b_3^3 h_3}{36} + d_{y_3}^2 A_3\right) - \frac{b_4^3 h_4}{12}$$

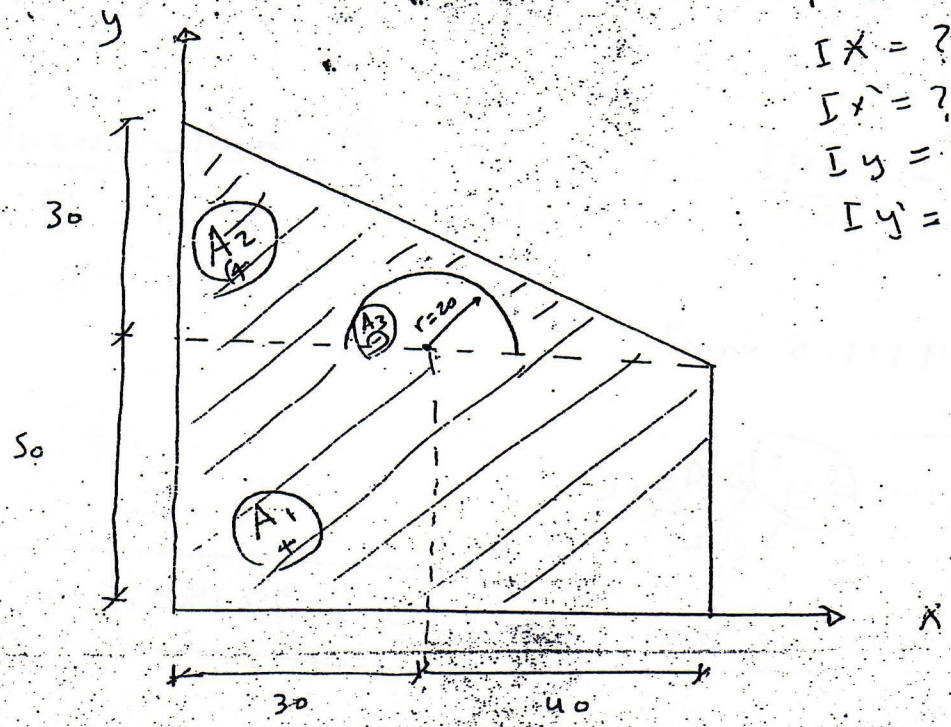
$$= \frac{54 \times 45^3}{3} - \frac{30 \times 18^3}{12} - \left(\frac{54 \times 27^3}{36} + 36^2 \times 729\right) - \frac{24 \times 45^3}{12}$$

$$I_y = 469111.5 \text{ mm}^4$$

$$I_{y'} = I_y - d_y^2 \times A_{tot}$$

$$\Rightarrow 469111.5 - 21^2 \times 891 \Rightarrow \boxed{I_{y'} = 76180.5 \text{ mm}^4}$$

وبالتالي انتو حل P:



Find :
$I_x = ?$
$I_{x'} = ?$
$I_y = ?$
$I_{y'} = ?$

No.	Item	A_i	X_i	y_i	$x_i A_i$	$y_i A_i$
(1)	30, (1), 70	$70 * 50$ 3500	35	25	122500	87500
(2)	30, (2), 70	$0.5 * 30 * 70$ 1050	23.33	60	24496.5	63000
(3)	(3), r=20	$-0.5 \pi * 20^2$ -628.32	30	$\frac{4r}{3\pi}$ 58.49	-18849.5	-36750.35
		3921.68			128147	113749.65

$$x' = \frac{128147}{3921.68} = 32.68$$

$$y' = \frac{113749.65}{3921.68} = 29$$

$$I_X = \frac{b_1 h_1^3}{3} + \left[\frac{b_2 h_2^3}{36} + d_{x_2}^2 A_2\right] - \left[0.111 r^4 + d_{x_3}^2 * A_3\right]$$

$$= \frac{70 * 50^3}{3} + \left[\frac{70 * 30^3}{36} + 60^2 * 1050\right] - \left[0.111 * 20^4 + 58.49^2 * 628.32\right]$$

$$I_X = 4599589.218 \ mm^4$$

$$I_{X'} = I_X - d_{x'}^2 A_{cut}$$

($d_{x'}$: y')

$$4599589.218 - 29^2 * 3921.68 \Rightarrow$$

$$I_{X'} = 1301456.338 \ mm^4$$

بعد استرديد نصف الدائرة عن محور y

$$I_y = \frac{h_1 b_1^3}{3} + \frac{h_2 b_2^3}{12} - \left[\frac{\pi r^4}{8} + d_{y_3}^2 A_3\right]$$

$$\frac{50 * 70^3}{3} + \frac{30 * 70^3}{12} - \left[\frac{\pi * 20^4}{8} + 30^2 * 628.32\right]$$

$$I_y = 5945846.814 \ mm^4$$

$$I_{y'} = I_y - d_{y'}^2 A_{cut}$$

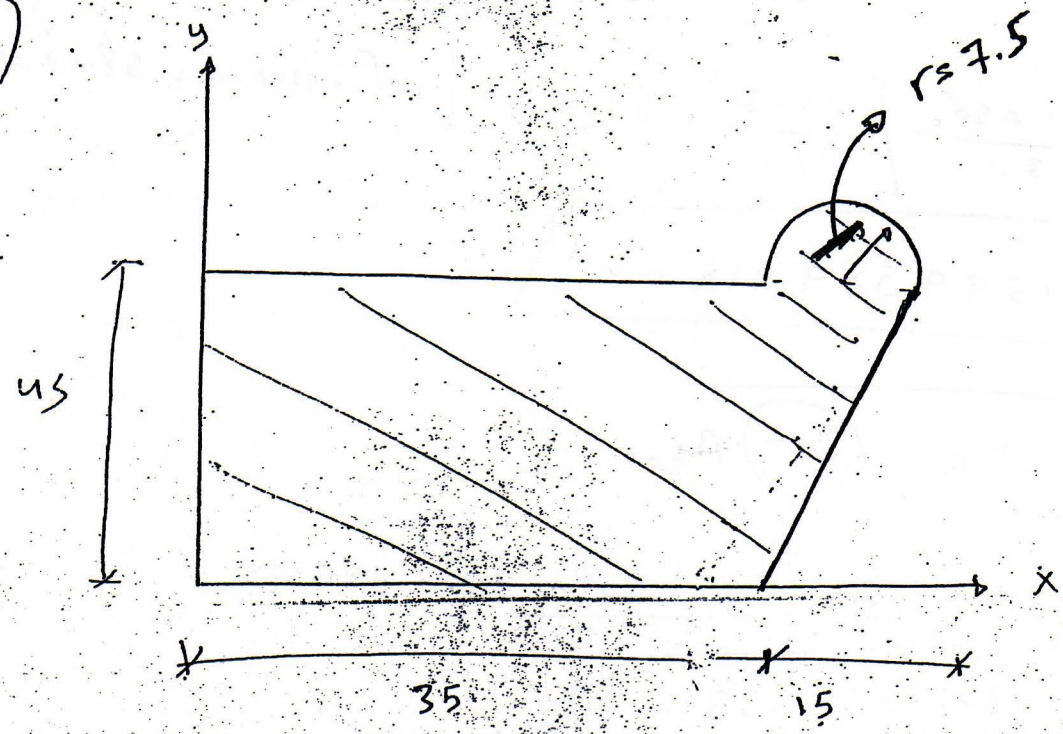
($d_{y'}$: x')

$$5945846.814 - 32.68^2 * 3921.68$$

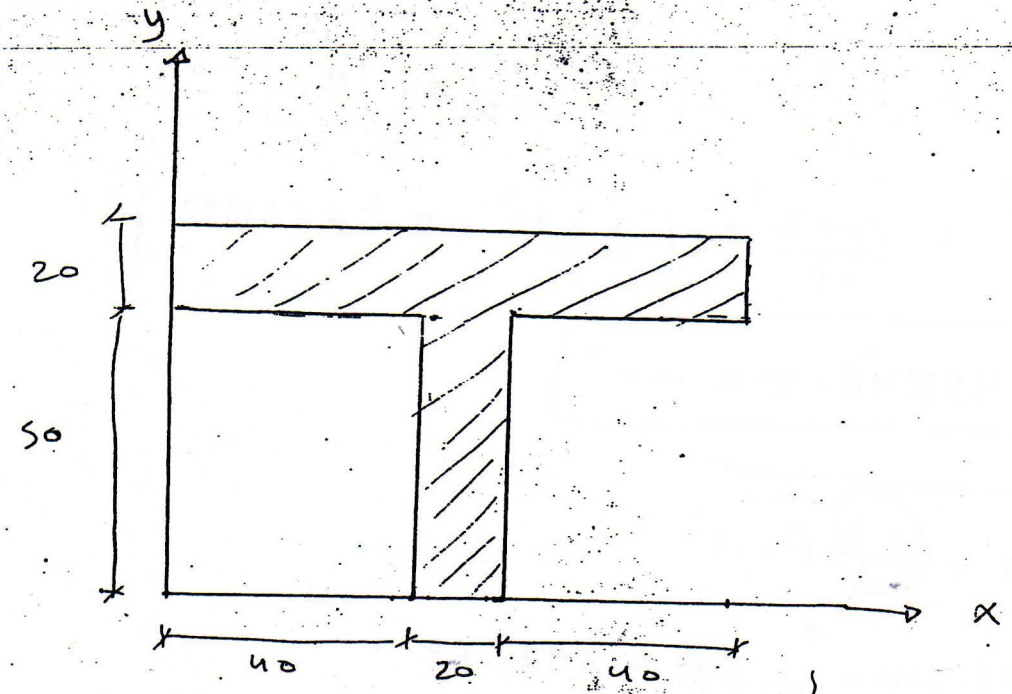
$$I_{y'} = 1757561.595 \ mm^4$$

find I_x / $I_{x'}$ / I_y / $I_{y'}$ for:

(1)

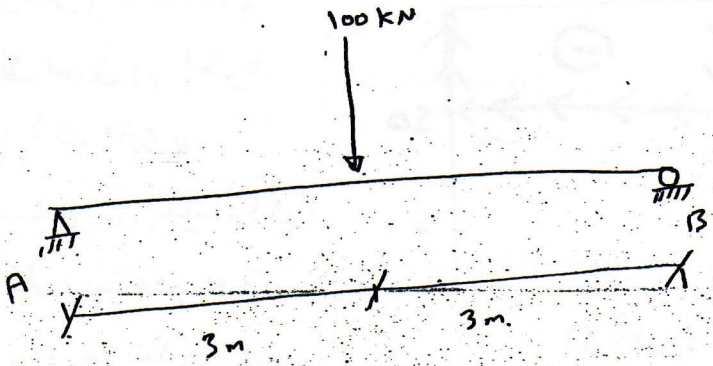


(2)



* تلخيص شابتر الجسور و مخططات القص و العزم :

* في هذا الشابتر سوف نقوم برسم مخططات القص و العزم للجسور المحددة بالسكون استاتيكياً.



في هذا المثال سنقوم بتوضيح المطلوب :

أولاً نقوم بايجاد ردود الأفعال (Ay / By)

$\Sigma MA = 0 \Rightarrow 100 * 3 - By * 6$

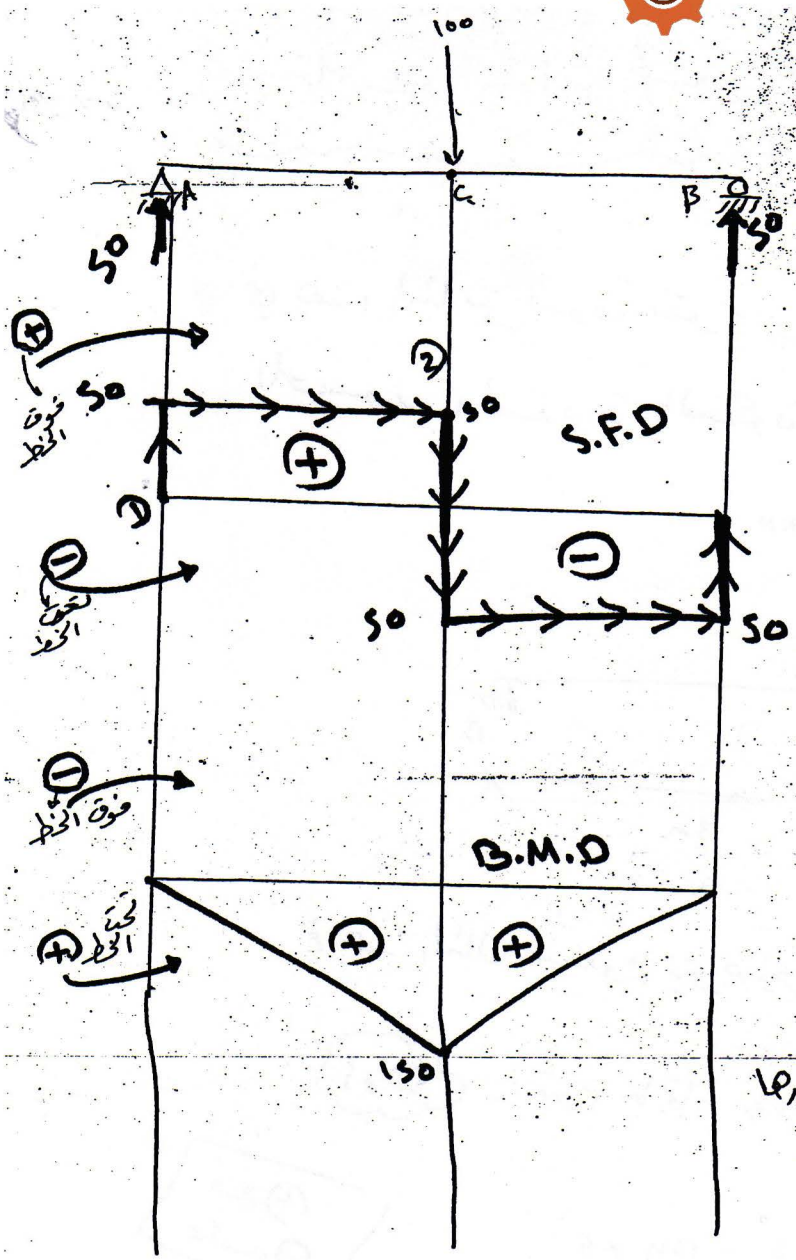
$\Rightarrow \boxed{By = 50} \Rightarrow \boxed{Ay = 50}$

مع (+)
عكس (-)

ثانياً نبدأ برسم مخطط القص للجسر .

في البداية نقوم برسم الخطوط العمودية على الجسر والتي تكون موزعة كالتالي :

* عند بداية ونهاية الجسر
* عند كل قوة مركزة.
* عند بداية و نهاية أي قوة موزعة



رسم مخطط العزم سوف يتم شفوياً حيث أننا سوف نبدأ من أقصى يسار الجسر من النقطة (1) ونلاحظ الى ما يقابل هذه النقطة على الجسر ونقوم بالارتقاء على هذا الخط بمقدار القوة الموجودة، أي 50 ثم بعد ذلك نمشي من اليسار الى اليمين بخط مستقيم حتى نصل إلى القوة الثانية عند النقطة (2) ونرى القوة متجهة لاعلى نصعد لاعلى متجهة لاسفل ننحدر لاسفل بمقدارها وهكذا حتى نهاية الجسر كاملاً

---

* رسم مخطط العزم :

⇐ في حال عدم وجود بروز جانبي على أطراف الجسر فإن العزم عند الركائز على الأطراف يساوي صفر.

⇐ نقوم بإيجاد العزم عند كل قوة موجودة على الجسر « عند كل خط عمودي أرسوم »

(+) (من اليسار إلى اليمين مع (+) وعكس (-)) ⇒ $M_C = 50 * 3 = 150$

(+) (من اليمين إلى اليسار مع (-) وعكس (+)) ⇒ $M_C = 50 * 3 = 150$

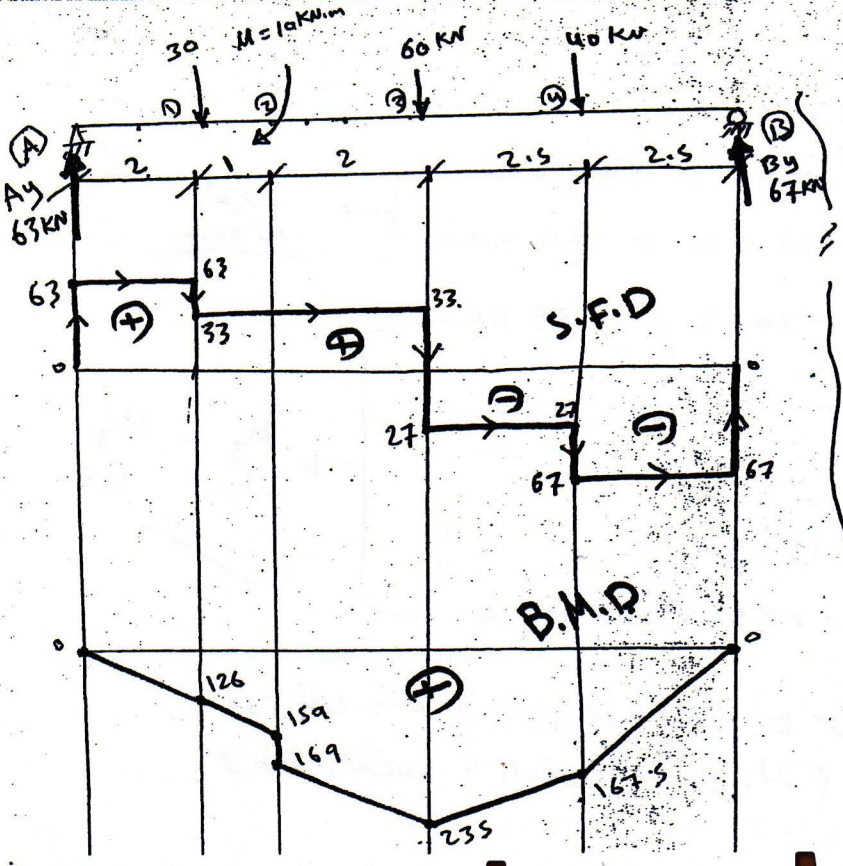
⇐ مخطط العزم هو عبارة عن تكامل مخطط القص. أي أنه إذا كان:

القص	ثابت	خطي	تربيعي	وهكذا...
العزم	خطي	تربيعي	تكعيبي	

⇐ في حال وجود عزم اضافي على الجسر فإننا نقوم بإيجاد العزم على يمين ويسار النقطة التي يؤثر عليها هذا العزم الإضافي

⇐ العزم عند بداية ونهاية الجسر يساوي صفر حالما يؤثر على البداية أو النهاية عزم اضافي (مثلاً كان نوع الركيزة Fixed !!

ex



أولاً: ردود الأفعال.

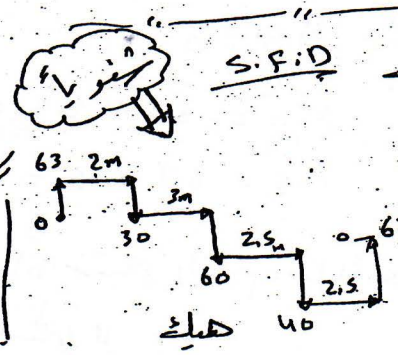
⇐ ΣMA = 0

⇒ 30*2 + 10 + 60*5 + 40*7.5 - By*10

⇒ By = 67 KN

⇒ Ay = 63 KN

ثانياً S.F.D



طريقة الكلية

ثالثاً:

← العزوم

لتسهيل الحل. سوف نقوم بتقسيم الجسر إلى نصفين نبدأ بإيجاد العزوم اليسار عند كل نقطة تقع عليها قوة حتى نصل إلى النقطة ③ ثم ننتقل إلى الطرف الايمن ونبدأ بإيجاد العزوم أيضاً عند كل نقطة مع ضرورة الانتباه إلى عكس الفرض الاول. وحتى نصل إلى النقطة ③

* اذا كان الحل صحيحاً فمن المفترض أن يكون M_3 يمين = M_3 يسار

* عند النقطة ② نلاحظ وجود عزم اضافي مقداره 10 KN.m لذلك فإننا سوف نقوم بأخذ العزم وإيجاده عند هذه النقطة من يسارها ١٠ ما بنضل العزم الاضافي ١٠ ومرة أخرى من يمينها وسنلاحظ أن الفرق بين العزمين هو مقدار العزم الاضافي نفسه 10 KN.m

* الفرض الذي سوف نفترضه :

* آلية الحل هنا والرسم يكون على الصفحة المقابلة :

$M_A = 0$

$M_1 = 63 * 2 = 126$ KN.m

$M_{2L} = 63 * 3 - 30 * 1 = 159$ KN.m

$M_{2R} = 63 * 3 - 30 * 1 + 10 = 169$ KN.m ← الفرق 10 KN.m

$M_3 = 10 + 63 * 5 - 30 * 3 = 235$ KN.m

$M_B = 0$

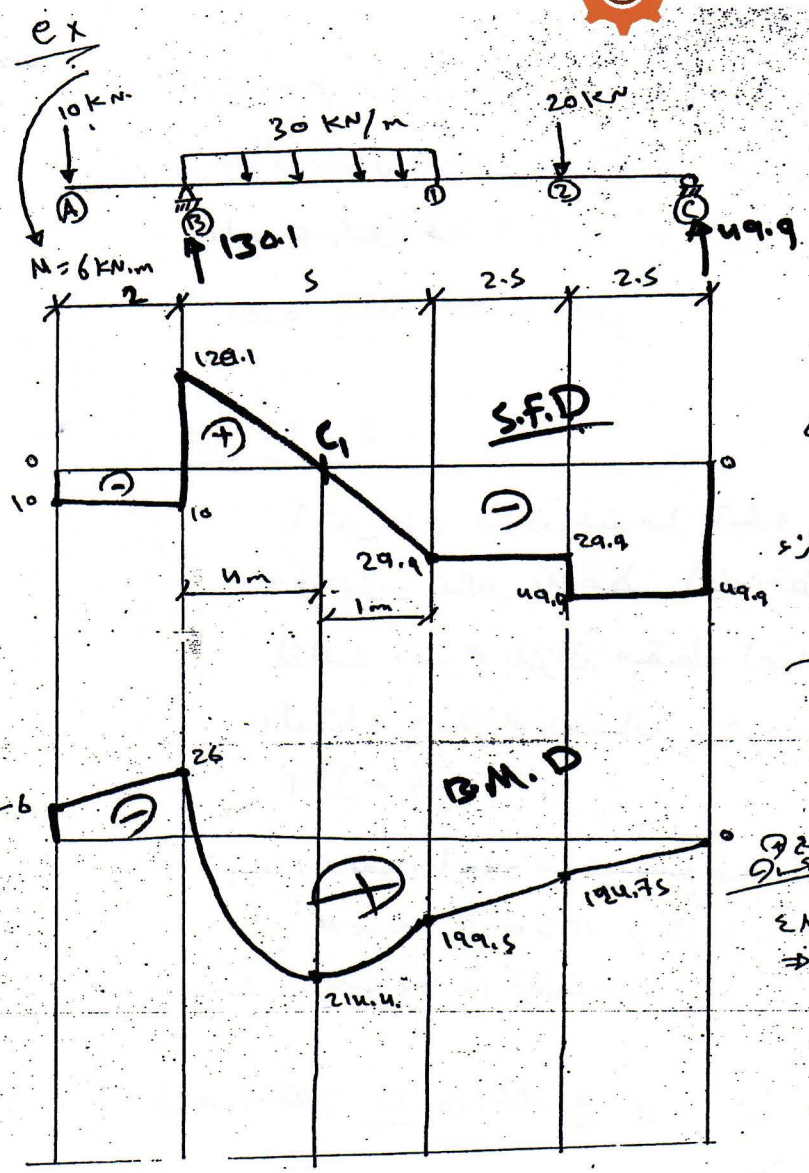
$M_U = 67 * 2.5 = 167.5$

$M_3 = 67 * 5 - 40 * 2.5 = 235$ KN.m

← M_3 يمين = M_3 يسار

* نقوم الان بتفريغ القيم على الرسم. مع مراعاة شكل العزم بناءً على شكل مخطط القص ١١ القص ثابت ← العزم خطي ١١

ex



* أفكار السؤال :

① وجود بروز جانبي على الطرف الأيسر أي المنطقة (A → B) !!

② وجود عزم اضافي على طرف الجسر .

③ وجوبة قوة مركزة على جزء من الجسر .

الحل

أولاً

ردود الأفعال : في عكس

$\sum M_B = 0$

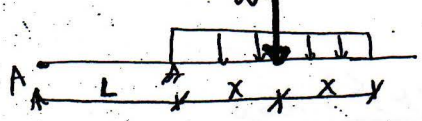
$\Rightarrow -6 - 10*2 + \frac{30*5^2}{2} + 20*7.5 - C_y*10$

$\Rightarrow \boxed{C_y = 49.9\ KN}$

$\Rightarrow \boxed{B_y = 130.1\ KN}$

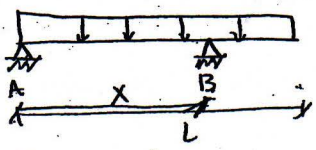
* القوى الموزعة :

$\boxed{R = W*2X}$



$M_A = R*(L+X)$

① اذا كانت النقطة التي أريد عندها العزم بعيدة وغير ملامسة لأحد أطراف القوى الموزعة فإن العزم من هذه القوة نجده عن طريق تحويل هذه القوى إلى قوة واحدة مركزة في منتصف المسافة وتعامل معها كقوة عادية



② اذا كانت النقطة المراد ايجاد العزم عندها خارج منطقة القوة الموزعة أو تلامس أحد أطرافها فإن العزم عندها عند هذه النقطة يساوي :

$\Rightarrow M_B = WX^2/2$

⇐ في رسم مخطط القص بين مقطعين تؤثر عليها قوة موزعة يكون شكل القص على شكل خطي " حائل " بمقدار محصلة القوة الموزعة " 11.A " ويكون شكل مخطط العزم في مثل هذه الحالة ⇐ تربيعي .

⇐ قاعدة

أكبر عزم يكون عندما يقطع مخطط القص الصفر وفي هذه الحالة نلاحظ أنه قطعه عند النقطة - c_1

لذلك نقوم بانزال مقطع اضافي " خط عمودي " عند هذه النقطة ونقوم بحساب العزم عندها بالاضافة إلى النقط الأخرى

ونقوم بايجاد موقع النقطة c_1 بالنسبة للمنطقة التي تقع ضمنها " 5m " ويكون ذلك بقسمة أعلى قيمة للقص على قيمة الـ w أو عن طريق تشابه المثلثات

" بعد النقطة c_1 عن النقطة B " $\frac{120.1}{30} = 4$ m. ⇒

" بعد النقطة c_1 عن النقطة (1) " $\frac{29.9}{30} = 1$m. ⇒ مجموعهم (5)

" " " " " " " "

⇐ العزوم

يوجد عزم اضافي ≠ 0

(A) $M_A = -6$

$M_B = -6 - 10*2 = -26$

$M_{c_1} = -6 - 10*6 + 130.1*4 - \frac{30*4^2}{2} = 214.4$ KN.m

لاحظ أكبر عزم

$M_1 = -6 - 10*4 + 130.1*5 - \frac{30*5^2}{2} = 199.5$

$M_B = 0$

$M_2 = 49.9 * 2.5 = 124.75$

$M_1 = 49.9 * 5 - 20 * 2.5 = \boxed{199.5}$

يسار M_1 = يمين M_2

⇐ الرسم على المخطط الأول.

---

* لاحظ ١١ بشكل عام ٧

① على رسمة مخطط العزم الطرف (A) لم يبدأ بصفر لوجود عزم اضافي.

② في منطقة القوى الموزعة كان شكل مخطط القص مختلف عن منطقة القوة المركزة كما هو الحال في منطقة مخطط العزم.

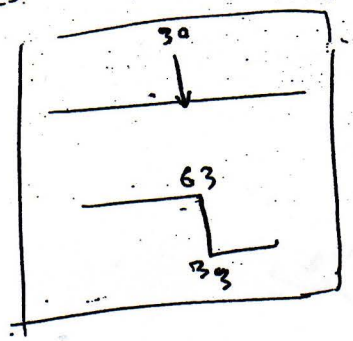
③ قيمة القص بين مقطعين متتالين تؤثر عليهم قوة مركزة تبقى ثابتة واذا كانت موزعة فإنها تختلف بشكل خطي.

④ العزم بين مقطعين متتاليين يؤثر عليهم قوى مركزة فإنه يختلف بشكل خطي واذا كانت القوى موزعة تختلف بشكل تربيعي

⑤ الفرق في العزم بين مقطعين متتاليين يساوي مساحة مخطط القص لنفس المقطعين.

⑥ العزم عند بداية ونهاية الجسر يساوي صفر عالم يؤثر على البداية أو النهاية عزم اضافي.

⑦ الفرق في قيمة القص عند المقطع الذي يؤثر عليه قوة مركزة يساوي قيمة القوة المركزة نفسها مثلاً



⑧ الفرق في العزم الذي يؤثر عليه عزم ازدواج يساوي قيمة العزم المؤثر على المقطع " انظر المثال الثاني عند النقطة ② ".

* تلخيص مادة الاستاتيكا "فاينال" *

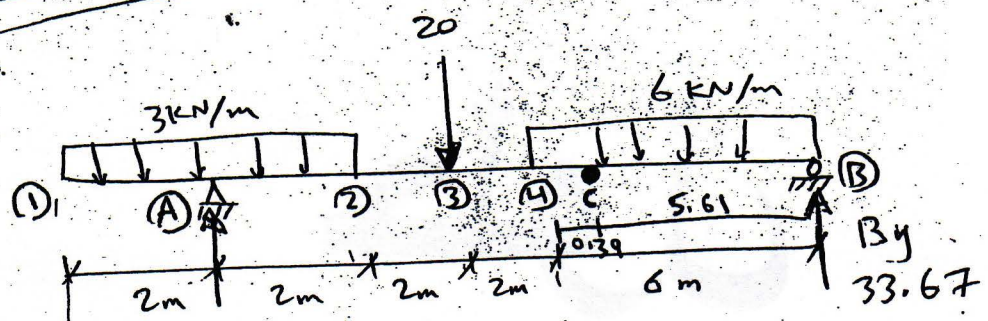
اعداد احكم الطالب :

* مراد السطوفان *

* لا تنسونا من صالح دعائكم * *

حلول بعض أسئلة سنوات

Question 8

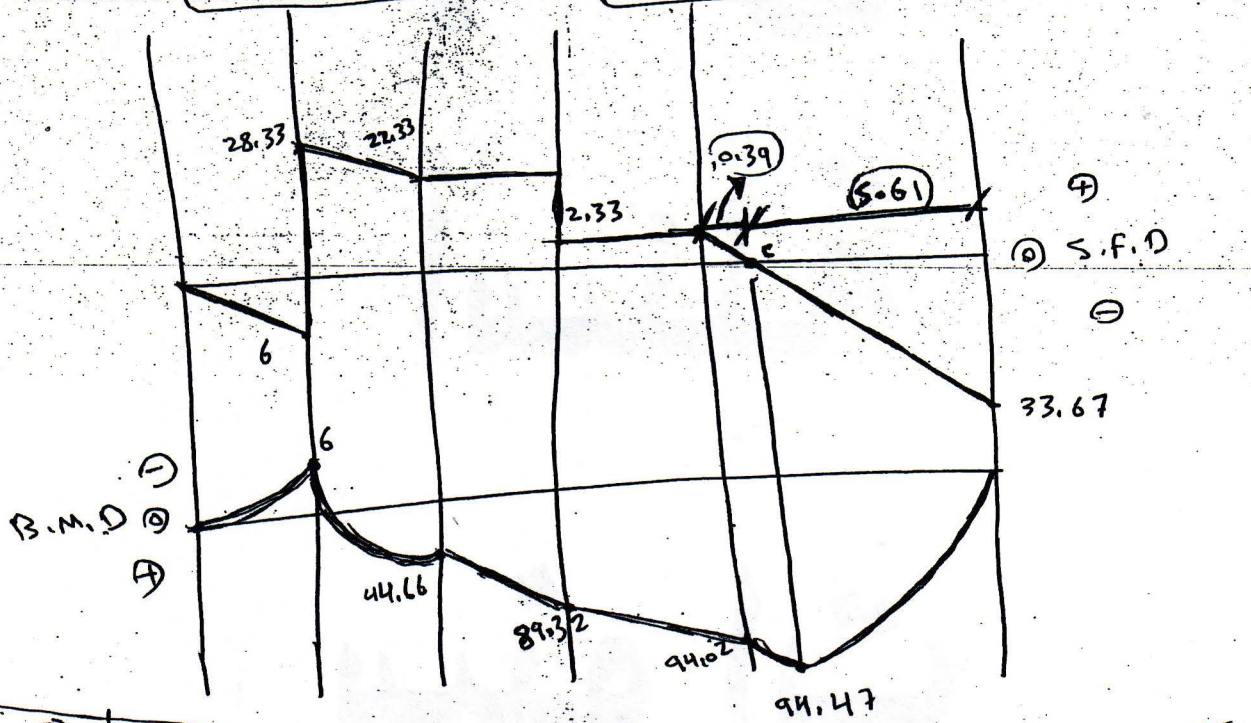


$\Sigma MA = 0$

$$\frac{-3*2^2}{2} + \frac{3*2^2}{2} + 20*4 + (6*6)*9 - By*12 = 0$$

بالخواص

$By = 33.67\ KN \Rightarrow Ay = 34.33\ KN$



1 → 3

$M_1 = 0$

$M_A = -\frac{3*2^2}{2} = -6$

$M_2 = -\frac{3*4^2}{2} + 34.33*2 = 44.66$

$M_3 = -3*4*4 + 34.33*4 = 89.32$

B → 3

$M_B = 0$

$M_C = 33.67*5.61 - \frac{6*5.61^2}{2} = 94.47$

$M_4 = 33.67*6 - \frac{6*6^2}{2} = 94.02$

$M_3 = 33.67*8 - 6*6*5 = 89.36$

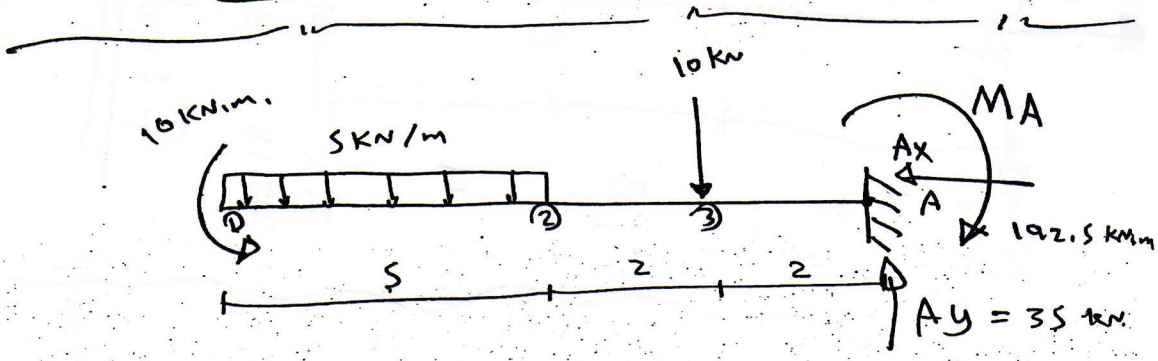
* Question :

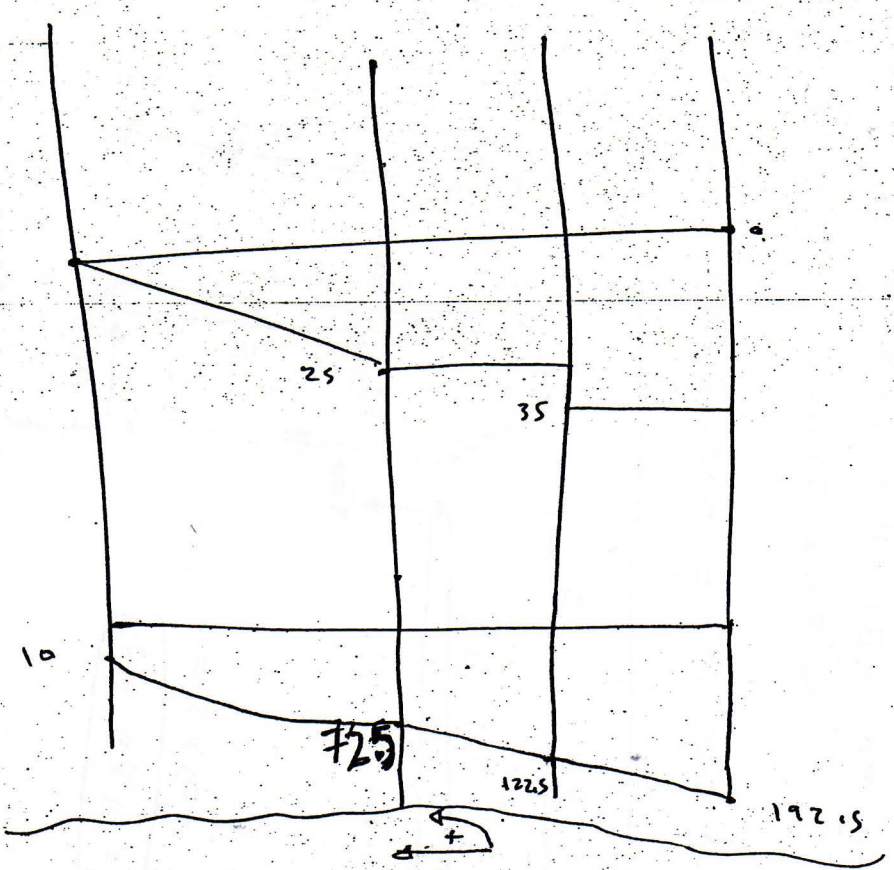
$\Sigma MA = 0 \Rightarrow -10 + 2 \rightarrow (5*5) * 6.5 + MA - 10 = 0$

$\Rightarrow \boxed{MA = 192.5\ KN.m}$

$\Sigma fy = 0 \Rightarrow -10 - 5*5 + Ay = 0 \Rightarrow \boxed{Ay = 35\ KN}$

$\Sigma fx = 0 \Rightarrow \boxed{fx = 0}$





$M_1 = -60$

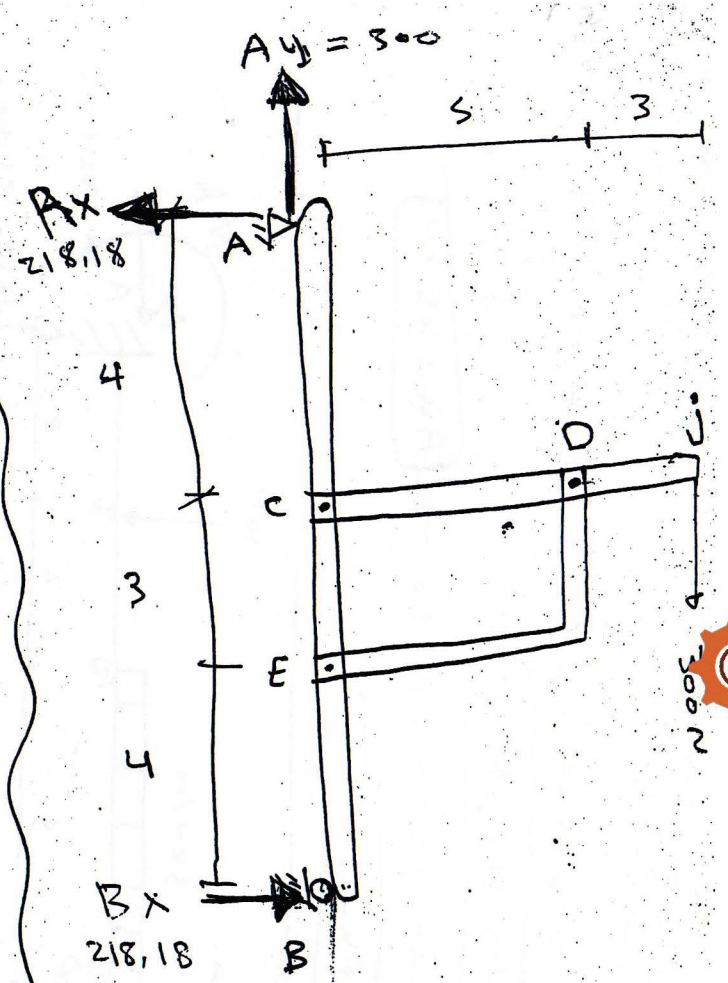
$M_2 = -6 - \frac{5*5^2}{2} = -72.5$

$MA = -192.5$

$M_3 = -192.5 + 35*2 = -122.5$

$M_3 = -192.5 + 35*4 \rightarrow 10*2 =$

-72.5



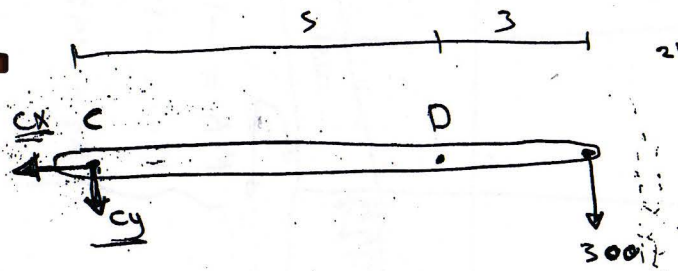
find : Cx = ?
Cy = ?

$\Sigma fy = 0 \Rightarrow Ay = 300\ N$ (للأعلى)

$\Sigma MA = 0 \Rightarrow -Bx * 11 + 300 * 8 = 0$

$\Rightarrow Bx = 218.18\ N$ (للشمال)

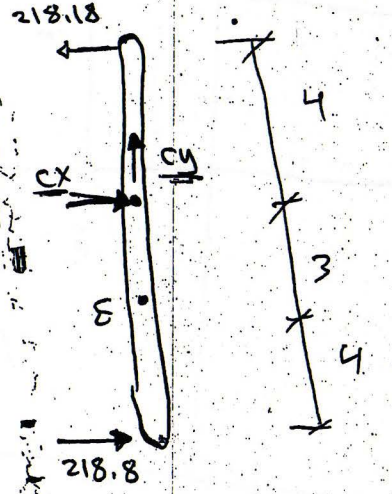
$\Sigma fx = 0 \Rightarrow Ax = -218.18$ (للشمال)



$\Sigma MD = 0$

$300 * 3 - Cy * 5 = 0$

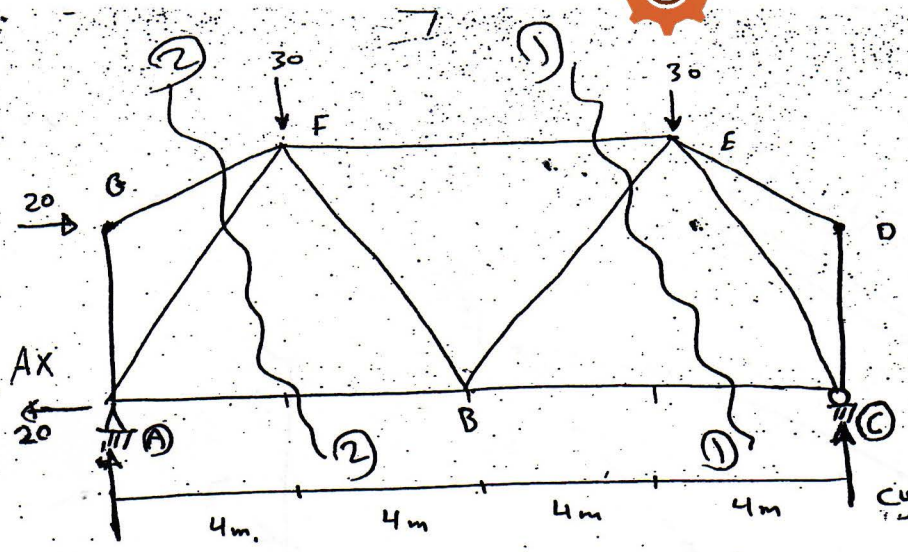
$\Rightarrow \boxed{Cy = 180\ KN}$



$\Sigma ME = 0$

$-218.18 * 4 - 21818 * 7 + Cx * 3 = 0$

$\Rightarrow \boxed{Cx = 800\ KN}$

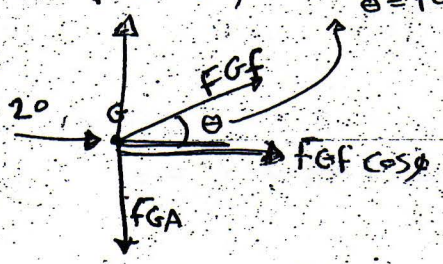


Find
- fGF
- fGA
- fFE
- fBE
- FAB

$\Sigma M_A = 0 \Rightarrow 20*3 + 30*4 + 30*12 - Cy*16 = 0 \Rightarrow \boxed{Cy = 33.75\ KN}$

$\Sigma M_C = 0 \Rightarrow -30*4 - 30*12 + 20*3 + Ay*16 = 0 \Rightarrow \boxed{Ay = 26.25}$

$\Sigma f_x = 0 \Rightarrow \boxed{Ax = 20\ KN}$

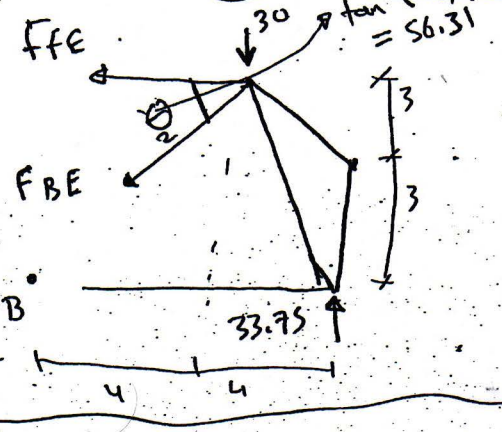


$\Sigma f_x = 0 \Rightarrow 20 + fGF\cos\phi = 0$

$\Rightarrow \boxed{fGF = -25 \Rightarrow (C)}$

$\Sigma f_y = 0 \Rightarrow -25\sin\phi - fGA = 0$

$\Rightarrow \boxed{fGA = -15\ (C)}$



$\Sigma M_B = 0 \Rightarrow -33.75*8 + 30*4 - fFE*6 = 0$

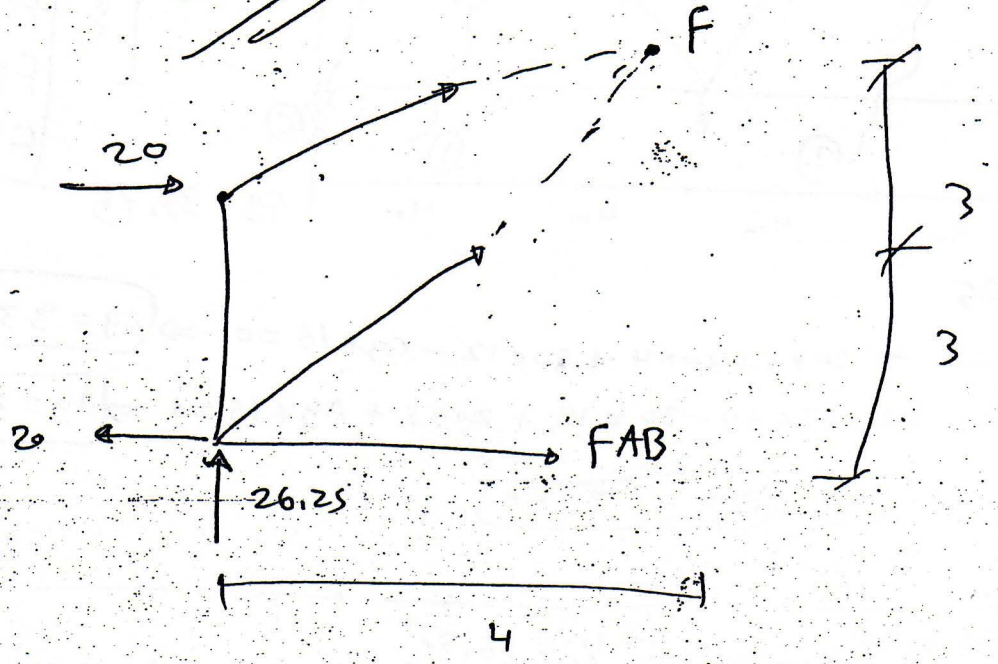
$\Rightarrow \boxed{fFE = -150\ (C)}$

$\Sigma f_y = 0 \Rightarrow -30 - FBE\sin\phi_2 + 33.75 = 0$

$\Rightarrow \boxed{fBE = 4.5\ (T)}$

يتبع

مثلة ١ للترس



$\Sigma M_F = 0$

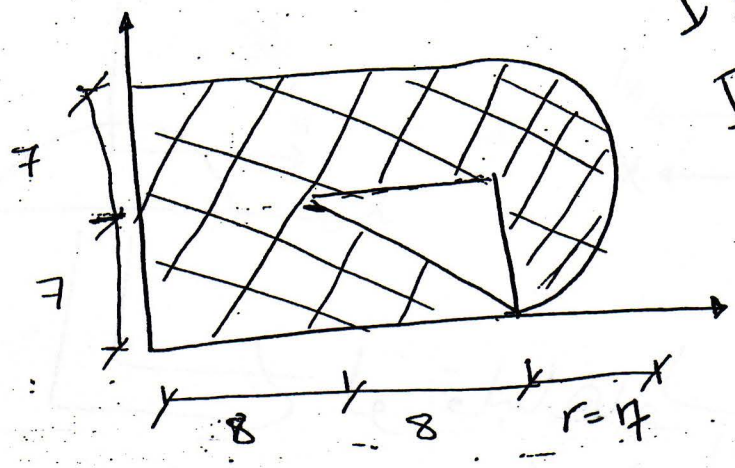
$\Rightarrow 26.25 * 4 + 20 * 6 - 20 * 3 - f_{AB} * 6 = 0$

$\Rightarrow \boxed{f_{AB} = 27.5 \text{ (T)}}$

$\bar{y} = ?$

$I_x = ?$

$I_{x'} = ?$



	$\bar{y}$	A	$A\bar{y}$
14 ⊓ 16	7	224	1568
7 ▽ 8	7 - 7/3 = 4.67	-28	-130.76
r=7 D	7	$\frac{\pi \cdot 7^2}{2}$ = 76.969	538.78
		272.969	1976.104

$$\bar{y} = \frac{1976.104}{272.969}$$

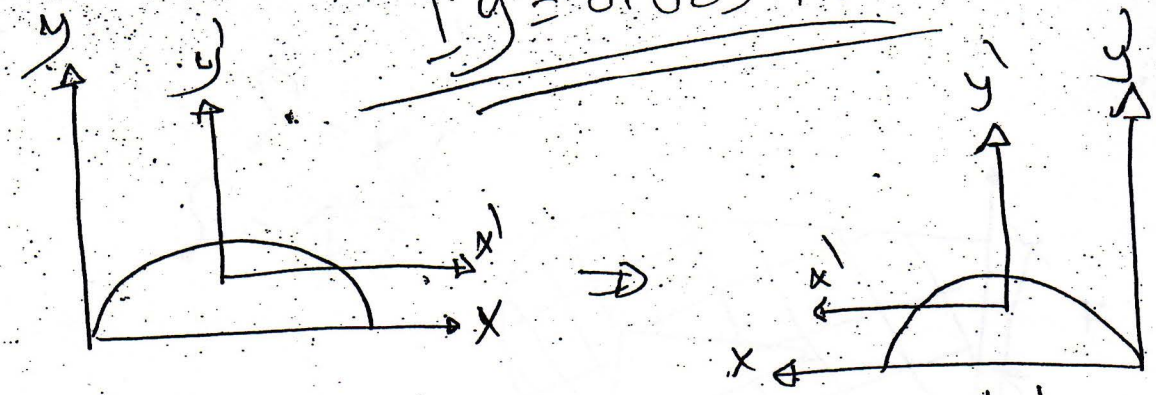
$$\bar{y} = 7.239\,cm$$

$$I_x = \underbrace{\frac{bh^3}{3}}_{\text{مستطيل}} - \underbrace{\left(\frac{bh^3}{36} + A\,y_2^{\prime 2}\right)}_{\text{مثلث}} + \underbrace{0.625\,\pi r^4}_{\text{نصف دائرة}} = 18662.15\,cm^4$$

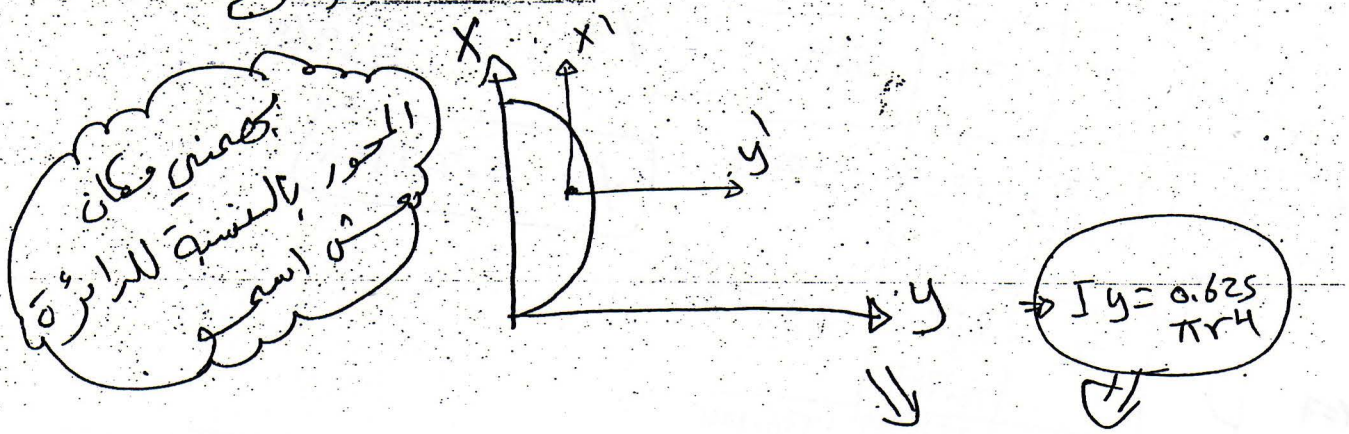
$$I_{y'} = I_x - A_{tot}\,d_x^2 \rightarrow \bar{y}$$

$$18662.15 - 272.969 * 7.239^2 = 4357.72\,cm^4$$

$I_y = 0.625\ \pi r^4$



لو قلبنا هاد الشكل وخلّيناه زي السؤال



هذا الشكل نفس اللي فوق بس مقلوب وهو بالسؤال عم اعتبار انو بس غير الاسم

فصار عندي:

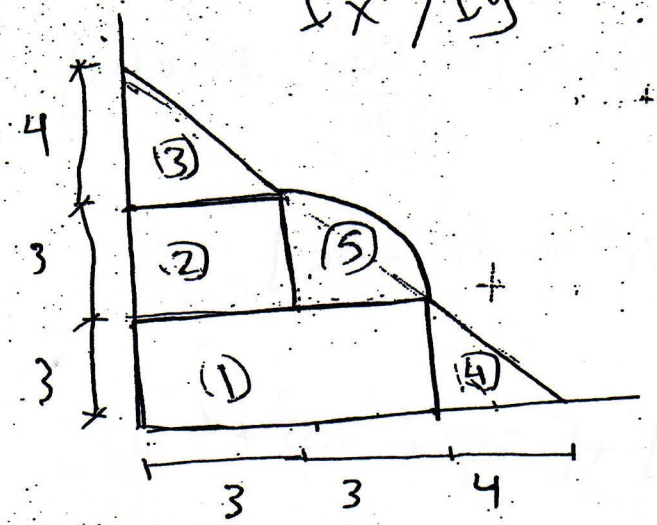
$I_x = I_y = 0.625\ \pi r^4$

I_x ← شكل السؤال

I_y ← بالوسوة

Find $\bar{x}$ / $\bar{y}$

I_x / I_y



$$\bar{x} = \frac{147.67}{46.07} = 3.2$$

$$\bar{y} = \frac{147.67}{46.07} = 3.2$$

$\therefore \bar{x} = \bar{y}$

No.	view	A	x_i	y_i	$x_i A$	$y_i A$
1	3 × 6	18	3	1.5	54	27
2	3 × 3	9	1.5	4.5	13.5	40.5
3	4 × 3	6	1	7.33	6	43.98
4	3 × 4	6	7.33	1	43.98	6
5	r=3	7.07	$\frac{4r}{3\pi}$ = 4.27	4.27	30.19	30.19
		46.07			147.67	147.67

$$I_x = \frac{b_1 h_1^3}{3} + \left[\frac{b_2 h_2^3}{12} + dx_2^2 * A_2\right] + \left[\frac{b_3 h_3^3}{36} + dx_3^2 * A_3\right]$$

$$+ \frac{b_4 h_4^3}{12} + \left[0.055 r^4 + dx_5^2 * A_5\right]$$

$$\Rightarrow \frac{6*3^3}{3} + \left[\frac{3*3^3}{12} + 4.5^2 * 9\right] + \left[\frac{3*4^3}{36} + 7.33^2 * 6\right]$$

$$+ \frac{4*3^3}{12} + \left[0.055 * 3^4 + 4.27^2 * 7.07\right]$$

$$\Rightarrow \boxed{I_X = 713.04 \ mm^4}$$

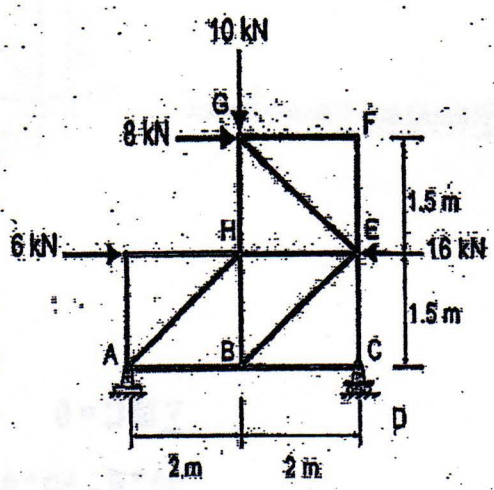
$$I_y = \frac{h_1 b_1^3}{3} + \frac{h_2 b_2^3}{3} + \frac{h_3 b_3^3}{12} + \left[\frac{h_4 b_4^3}{36} + dy_4^2 * A_4\right]$$

$$+ \left[0.055 * r^4 + dy_5^2 * A_5\right]$$

$$\Rightarrow \frac{3*6^3}{3} + \frac{3*3^3}{3} + \frac{4*3^3}{12} + \left[\frac{3*4^3}{36} + 7.33^2 * 6\right]$$

$$+ \left[0.055 * 3^4 + 4.27^2 * 7.07\right]$$

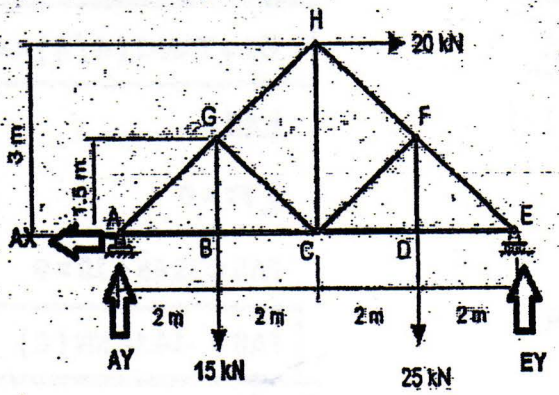
$$\Rightarrow A_y = 713.04 \ mm^4$$



Q1- For the truss subjected to the shown forces, the internal force in member GF is:

F_{GF} zero member *(3 marks)*

على القاعدة الشفوية الاولى



Q2- For the truss subjected to the shown forces, the horizontal and vertical components of the reaction at A are:

A_x = 20 KN A_y = 10 KN *(3 marks)*

$\sum Me = 0$

$-15 * 6 - 25 * 2 + 20 * 3 + Ay * 8 = 0$

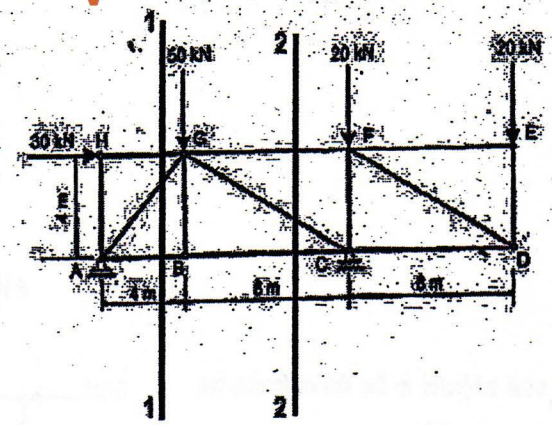
$AY = 10$ KN

$\sum FX = 0$

$20 - AX = 0$

$AX = 20$ KN

Q3: For the truss shown, support A is a hinge, support C is a roller. Determine the vertical reaction at A, then determine the internal forces in the members AG, GF, GC and specify if tension (T) or compression (C).



The magnitude of internal force in the members are:

AY =
F AB =
F GF =
F GC =

$\sum M_C = 0$

$20 * 8 - 50 * 8 + 30 * 4 + AY * 12 = 0$

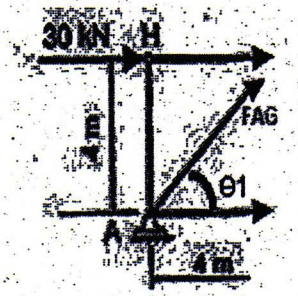
$\boxed{AY = 10\ KN}$

$\sum F_X = 0$

$AX + 30 = 0$

$\boxed{AX = -30\ KN}$ (إشارة السالب تعني عكس اتجاه الفرض ((يعني الاتجاه للشمال))

$\boxed{\theta 1 = TAN^{-1}(4/4) = 45}$



SECTION 1 - 1

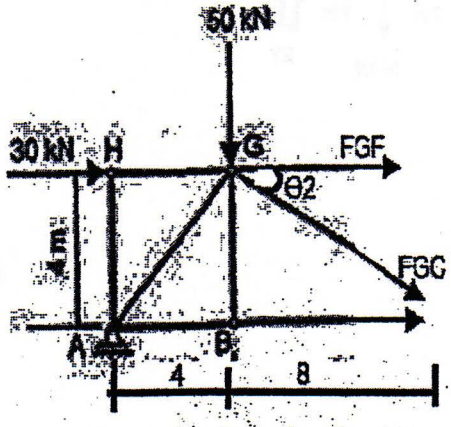
F AG :

$\sum F_Y = 0$

$FAB \cos 45 + 10 = 0$

$\boxed{FAB = -14.14\ KN\ (C)}$

$\boxed{\theta 2 = TAN^{-1}(4/8) = 26.56}$



SECTION 2 - 2

F GF :

$FGF * 4 + 30 * 4 + 10 * 12 - 50 * 8 = 0$

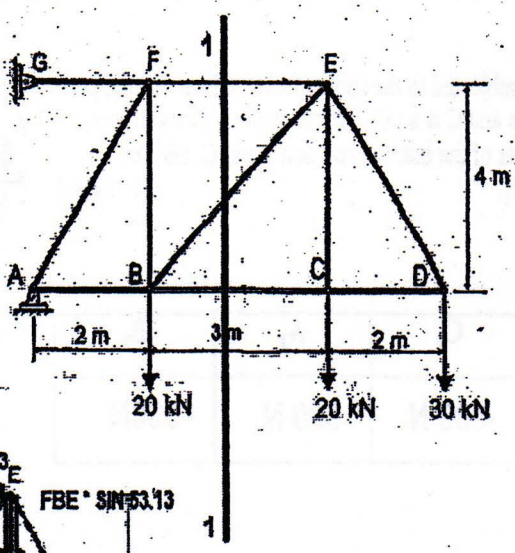
$\boxed{FGF = 40\ KN\ (T)}$

FGC :

$\sum F_Y = 0$

$10 - 50 - FGC \sin 26.56 = 0$

$\boxed{FGC = -89.46\ KN\ (C)}$



Q3- For the truss subjected to the shown forces, the internal force in member BE is:

F_{BE} = - 62.5 (C)

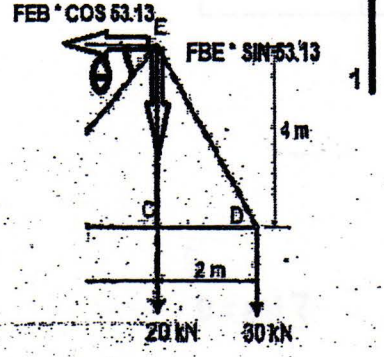
(3 marks)

$\theta = Tan^{-1}(4/3) = 53.13$

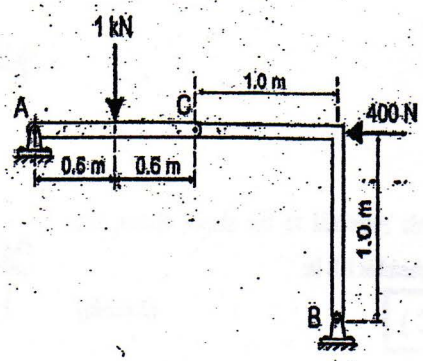
$\sum FY = 0$

$-20 - 30 - NEB * SIN\ 53.13 = 0$

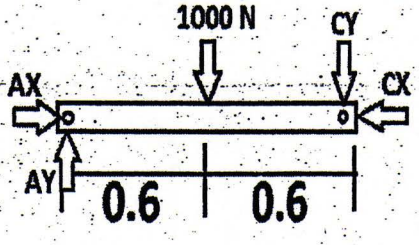
$NEB = -62.5\ (C)$



Q4: The frame is subjected to the shown force. Given that supports A and B are hinges and C is a pin, determine the horizontal and vertical components of the internal reaction at pin C, and the reactions A_y and B_x. (12 Marks)



C_x	C_y	A_y	B_x
900 N	-500 N	500 N	500N



$\sum Ma = 0$

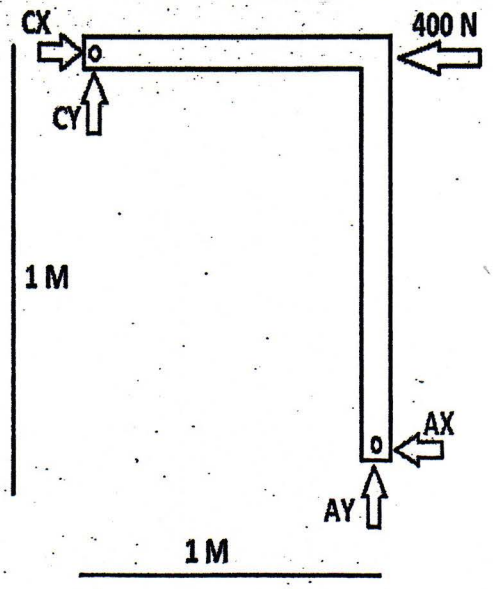
$Cy * 1.2 + 1000 * 0.6 = 0$

$Cy = -500$ N ((اشارة السالب تعني عكس اتجاه الفرض))

$\sum FY = 0$

$-1000 - (-500) + AY = 0$

$AY = 500$ N



$\sum Mb = 0$

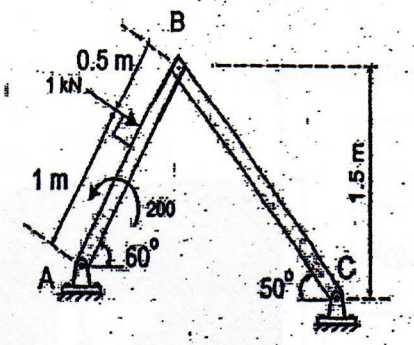
$(-500) * 1 + CX * 1 - 400 * 1 = 0$

$CX = 900$ N

$\sum FX = 0$

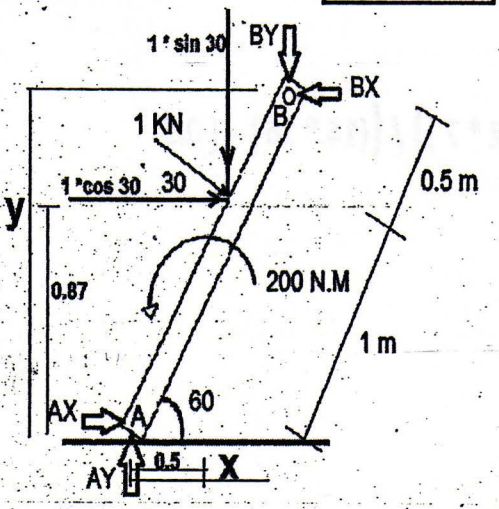
$900 - 400 + BX = 0$

$BX = 500$ N



Q4- The above frame is pin-joined at B and it is supported by two hinge supports at A and C. The frame is subjected to the shown force and couple moment. Determine the horizontal and vertical components of the internal force at pin B. Ignore the weights of members AB and BC.

BX = 0.366 KN BY = - 0.436 KN *(6 marks)*



** Sin 60 = (y / 1.5)

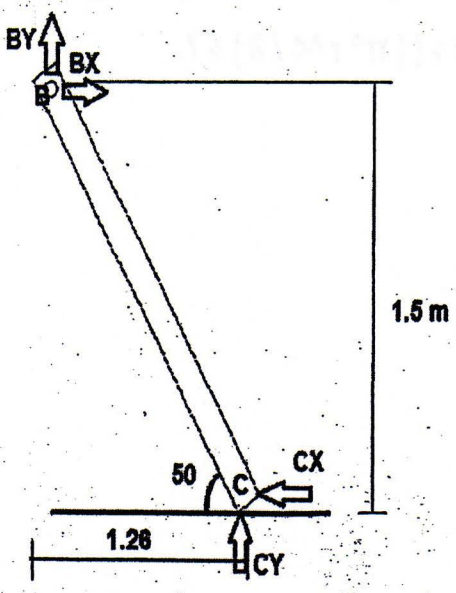
Y = 1.5 * sin 60 = 1.3 m

** Cos 60 = (x / 1.5)

X = 1.5 * cos 60 = 0.75

$\sum Ma = 0$

BY * 0.75 – BX * 1.3 + 1 * SIN 30 * 0.5 + 1 * COS 30 * 0.87 – 0.2 = 0



0.75 BY – 1.3 BX = - 0.803 1

$\sum MC = 0$

BX * 1.5 + BY * 1.26 = 0

1.5 BX + 1.26 BY = 0 2

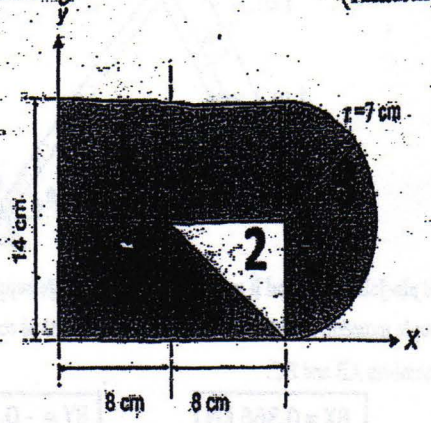
* FROM 1 + 2 :

BY = - 0.436 KN ((السالب تعني عكس اتجاه الفرض))

BX = 0.366 KN

Q2: Given a shaded area as is shown, determine the following: (12marks)

$\bar{Y}$ (cm)	$I_{\bar{x}}$ (cm⁴)	I_x (cm⁴)
Y' = 7.24 CM	IX' = 4353.71 cm^4	IX = 18662.15 cm^4



$$Y' = \left((14 * 16 * 7) - (0.5 * 8 * 7 * 4.67) + (0.5 * \pi * 7^2 * 7)\right) / \left((14 * 16) - (0.5 * 8 * 7) + (0.5 * \pi * 7^2)\right)$$

$$Y' = 7.24 \text{ CM}$$

$$IX = IX1 - IX2 + IX3$$

$$= (b * h^3 / 3) - ((b2 * h2^3 / 36) + 4.67^2 * 0.5 * 8 * 7) + ((\pi * r^4 / 8) + 7^2 * 0.5 * \pi * 7^2)$$

$$IX = 18662.15 \text{ cm}^4$$

$$IX' = IX - dX^2 * A$$

$$= 18662.15 - 7.24^2 * 272.97$$

$$IX' = 4353.71 \text{ cm}^4$$